

## אינפי 3 תרגיל 7 - תיכוניסטים

1. תהי  $f(x, y) = x^2 + y^2 - xy - 2x - 2y$ . מצא את נקודות הקיצון הגלובאליות של  $f$  במשולש הסגור שקודקודיו הם:  $(0, 0)$ ,  $(0, 6)$ ,  $(6, 0)$ .

2. הוכח כי המשוואות הבאות מגדירות את  $z$  כפונקציה של  $x, y$  בסביבת הנקודה  $a$  וחשב את  $z_x(a)$ ,  $z_y(a)$ ,  $z_{xy}(a)$ .

(א)

$$F(x, y, z) = y^2 + xy + z^2 - e^z - 4 = 0$$

$$a = (0, e, 2)$$

(ב)

$$xz + y \ln z + x^2 = 0$$

$$a = (-2, 0, 2)$$

3. נתונה משוואה  $\sqrt{x^2 + y^5 + \cos z} - 1 = z^4 + 1$ .

(א) האם המשוואה מגדירה בסביבת  $(-1, 0, 0)$  את  $x$  כפונקציה של  $y, z$ ?

(ב) האם המשוואה מגדירה בסביבת  $(-1, 0, 0)$  את  $y$  כפונקציה של  $x, z$ ?

(ג) האם המשוואה מגדירה בסביבת  $(-1, 0, 0)$  את  $z$  כפונקציה של  $x, y$ ?

4. נניח כי המשוואה  $F(x, y, z) = 0$  מקיימת את תנאי הפונקציה הסתומה לפי כל אחד מן המשתנים בנקודה  $a = (a_1, a_2, a_3)$  ולכן מגדירה פונקציות

$$x = x(y, z), \quad y = y(x, z), \quad z = z(x, y)$$

מצא את (המספר)

$$\frac{\partial x}{\partial y}(a_2, a_3) \cdot \frac{\partial y}{\partial z}(a_1, a_3) \cdot \frac{\partial z}{\partial x}(a_1, a_2)$$

5. תהי פונקציה  $F(x, y)$  המוגדרת על תחום  $D$  ובעלת נגזרות חלקיות רציפות עד סדר 2 בתחום  $D$ . נתונה נקודה  $(x_0, y_0) \in D$  כך שמתקיים

$$F(x_0, y_0) = 0, \quad F_x(x_0, y_0) = 0, \quad F_y(x_0, y_0) \neq 0, \quad F_{xx}(x_0, y_0) \neq 0$$

הוכח כי  $F(x, y) = 0$  אינה מגדירה את  $x$  כפונקציה של  $y$  בסביבת הנקודה  $(x_0, y_0)$ .  
(רמז: הוכח שהמשוואה מגדירה את  $y$  כפונקציה של  $x$  ומצא תכונות של פונקציה זו.)