

אינפי 3 תרגיל 8

1. מצאו נקודות קריטיות וסווגו אותן (מקסימום/מינימום/אוכף) עבור הפונקציות הבאות (בכל תחום ההגדרה)

$$f(x, y) = x^3 + y^3 + 3x^2 - 6y^2 \quad (\text{א})$$

$$f(x, y) = (x - 1)^2 - 2y^2 \quad (\text{ב})$$

$$f(x, y) = x^4 + y^4 - 2x^2 + 4xy - 2y^2 \quad (\text{ג})$$

$$f(x, y) = xy\sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}} \quad (a, b > 0) \quad (\text{ד})$$

$$f(x, y) = (x^2 + y^2)e^{-(x^2 + y^2)} \quad (\text{ה})$$

$$f(x, y) = x^2y \quad (\text{ו})$$

$$f(x, y, z) = x^4 + y^4 + z^4 - 2a^2(x^2 + y^2 + z^2) \quad (a > 0) \quad (\text{ז})$$

2. מצאו נקודות קיצון מקומיות עבור

$$f(x, y) = 3xe^y - x^3 - e^{3y}$$

החליטו אם נקודות אלה הן גם נקודות קיצון גלובאליות. (הערה: שימו לב שאין פונקציה רציפה של משתנה אחד שיש לה אותו מצב של נקודות קיצון מקומיות וגלובאליות כמו לפונקציה זו)

3. תהי

$$f(x, y) = (y - 3x^2)(y - x^2)$$

(א) הוכח כי $(0, 0)$ היא נקודה קריטית.

(ב) הוכח כי ל f יש מינימום מקומי לאורך כל קו ישר העובר דרך הראשית. כלומר, אם נגדיר $g(t) = (at, bt)$ עבור $a, b \in \mathbb{R}$ יתקיים כי ל $f \circ g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ יש מינימום מקומי ב $(0, 0)$.

(ג) הוכח כי $(0, 0)$ אינה מינימום מקומי של f .

4. תהי $f(x, y) = x^2 + y^2 - xy - 2x - 2y$. נגדיר את D להיות המשולש הסגור שקודקודיו הם: $(0, 0), (0, 6), (6, 0)$.

(א) הוכח כי ל f יש מינימום ומקסימום גלובאליים על הקבוצה D .

(ב) מצא את המינימום והמקסימום הגלובאליים של f על D . רמזים:

- שים לב שאם נקודות המינימום/מקסימום נמצאות בפנים של המשולש - הן גם נקודות קיצון מקומיות ואפשר למצוא אותן בשיטות סטנדרטיות.
- על כל אחת מצלעות המשולש אפשר לבטא את f באמצעות פונקציה של משתנה אחד - ולכן אפשר למצוא את ערכי הקיצון שלה על השפה לפי שיטות סטנדרטיות של אינפי 1.
- בדוק את ערכי f על קודקודי המשולש. (רצוי לחשוב ולהבין למה בדיקה זו נחוצה).