

תרגיל 8 בפונקציות מרוכבות

1. מצאו את תחום ההתכנסות של הטורים הבאים

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z+i)^n}{(n+1)(n+2)} \quad (\text{א})$$

$$z \neq 1 \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 3^n} \left(\frac{z+1}{z-1}\right)^n \quad (\text{ב})$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} n!(z^3 - i)^n \quad (\text{ג})$$

2. מצאו את טור טיילור של הפונקציות הבאות:

$$z = 0 \quad \text{סביב } z^2 \sin z \quad (\text{א})$$

$$z = \frac{\pi}{2} \quad \text{סביב } z^2 \sin z \quad (\text{ב})$$

$$z = 0 \quad \text{סביב } \frac{z}{z^4+9} \quad (\text{ג})$$

$$z = 1 \quad \text{סביב } \frac{z}{(z+2)(z+3)} \quad (\text{ד})$$

3. יהי $\sum a_n$ טור המתכנס בתנאי הוכיחו כי רדיוס ההתכנסות של הטור $\sum a_n z^n$ הוא 1.

4. פתחו לטור טיילור סביב 0 את הפונקציה

$$f(z) = \int_0^z e^{w^2} dw$$

5. מצאו את המקסימום (איפה הוא מתקבל ומה הערך שלו) הגלובאלי של $\sin z$ במלבן $0 \leq x \leq \pi$ ו $0 \leq y \leq 1$