

מועד א' – מבוא לאנליזה 2 למורים

זמן המבחן: 3 שעות. חומר עזר: מחשבון פשוט בלבד. משקל כל שאלה 24 נק', ענו על כל השאלות.

1. חשבו את:

א. $\int \frac{x^2 + 2}{x(x-1)^2} dx$

ב. $\int x \tan(x^2) dx$

2.

א. מצאו את כל האסימפטוטות (אנכיות ו/או משופעות) של הפונקציה $f(x) = x + e^{\left(\frac{1}{x}\right)}$

ב. קבעו האם האינטגרל הבא מתכנס $\int_1^{\infty} \frac{\sqrt{x}}{x^3 + 1} dx$

3.

א. חשבו את הגבול $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\left(\int_0^{x^2} \sin(t^2) dt \right)}{\left(\int_0^x \sin(t^5) dt \right)}$

ב. חשבו את גבול הסדרה $a_n = \frac{1}{\sqrt{n}} \left(\sum_{k=1}^n \frac{\sqrt{k}}{n} \right)$

4.

א. קרבו את $\sin\left(\frac{1}{2}\right)$ עד כדי שגיאה של $h = \frac{1}{100}$.

ב. קרבו את $\arctan\left(\frac{1}{2}\right)$ עד כדי שגיאה של $h = \frac{1}{100}$.

5. תהי $f(x)$ פונקציה רציפה כך שלכל $x \in \mathbb{R}$ מתקיים כי $f(x+2\pi) = f(x)$

א. הוכיחו/הפריכו: $\int_0^{2\pi} f(x) dx = 0$

ב. הוכיחו/הפריכו: $\int_0^{2\pi} f(x) dx = \int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx$

$$\frac{1}{1-x} = \sum_{n=0}^{\infty} x^n$$

$$\sin(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!}$$

טורי חזקות ידועים: $e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$