

**תרגיל בית 5- מתמטיקה בדידה**

**שאלה 1.** נגדיר  $A_n := \{2n, 3n, (-1)^n\}$  כעת נסמן:

$$B = \bigcup_{n=0}^{\infty} A_{2n}, \quad A = \bigcup_{n=0}^{\infty} A_{3n}$$

חשבו, והוכיחו כי החישוב נכון, את:  $A \cap B$

**שאלה 2.** היזכרו כי בתרגיל הבית הקודם עבור קבוצות:  $A_1, A_2 \cdots A_n$  (בקבוצה אוניברסלית  $\mathcal{U}$ ). הגדרנו את הקבוצה הבאה:

$$X := \{X_1 \cap X_2 \cap \cdots \cap X_n : \forall 0 \leq i \leq n (X_i = A_i) \vee (X_i = \mathcal{U} \setminus A_i)\}$$

חשבו, והוכיחו כי החישוב נכון, את:  $\bigcup X$

**שאלה 3.** א. הראו כי הבאים שקולים עבור  $n, m$  טבעיים:

$$n \subset m \quad (1)$$

$$n \in m \quad (2)$$

$$n < m \quad (3)$$

ב. הראו כי מתקיים עבור  $n$  טבעי כי:  $n \subset \mathcal{P}(n)$

**שאלה 4.** נגדיר לכל  $n$  טבעי;  $A_n = n$ ; חשבו, והוכיחו כי החישוב נכון, את:

$$\bigcup_{n=0}^{\infty} A_n \quad (1)$$

$$\bigcap_{n=0}^{\infty} A_n \quad (2)$$

**שאלה 5.** א.תהי  $\langle A_n : n \in \mathbb{N} \rangle$  מנייה של קבוצות אינסופיות. הוכיחו כי:

$$x \in \bigcap_{n=0}^{\infty} \bigcup_{k=n}^{\infty} A_k \iff \{n : x \in A_n\} \text{ infinite}$$

ב. חשבו, והוכיחו כי החישוב נכון, את:  $\bigcap_{n=0}^{\infty} \bigcup_{t=n}^{\infty} [t, t^2]$

**שאלה 6.** הוכיחו או הפריכו את הטענה הבאה:

יהי  $\langle A_n : n \in \mathbb{N} \rangle$  מנייה של קבוצות. כך שעבור  $m > n$  טבעיים מתקיים:  $A_m \subseteq A_n$ . ובנוסף החיתוך בין

הקבוצות לא ריק, כלומר;  $\bigcap_{n=0}^{\infty} A_n \neq \emptyset$ . יהי  $B$  קבוצה, כך ש  $B \subset A_m$  עבור  $m$  טבעי כלשהו, ומתקיים:

$$\bigcap_{n=0}^{\infty} A_n \subset B \quad \text{אזי קיים } k \text{ טבעי כך ש: } A_k \subset B$$