

## תרגיל 2 - אנליזה פונקציונלית

27 בנובמבר 2018

1. תהי  $X$  קבוצה, תהי  $R$  אלגברה של תתי-קבוצות של  $X$  ותהי  $A \in R$ . תהי  $B \subseteq X$  כך ש  $A \Delta B \in R$ . הוכיחו ש  $B \in R$ .

2. תהי  $X$  קבוצה,  $R_1, R_2$  אלגברות של תתי-קבוצות של  $X$ . הראו ש  $R = R_1 \cap R_2$  היא אלגברה אם ורק אם  $R_1 \subseteq R_2$  או  $R_2 \subseteq R_1$ .

3. תהינה  $X$  ו  $Y$  קבוצות,  $f : X \rightarrow Y$  פונקציה. לכל  $B \subseteq Y$  נסמן

$$f^{-1}(B) = \{x \in X \mid f(x) \in B\}$$

ולכל  $A \subseteq X$  נסמן

$$f(A) = \{f(a) \mid a \in A\}$$

כמו כן עבור אוסף תתי-קבוצות של  $Y$ ,  $R \subseteq P(Y)$ ,

$$f^{-1}(R) = \{A \subseteq X \mid f(A) \in R\}$$

(א) הראו שאם  $R \subseteq P(Y)$  אלגברה של תתי-קבוצות של  $Y$ , אזי  $f^{-1}(R)$  היא אלגברה של תתי-קבוצות של  $X$ .  
(ב) הראו שאם  $R \subseteq P(Y)$  היא  $\sigma$ -אלגברה של תתי-קבוצות של  $Y$ , אזי  $f^{-1}(R)$  היא  $\sigma$ -אלגברה של תתי-קבוצות של  $X$ .