

מופשטת 3 תשע"ה - תרגיל 1

1. F שדה ויהי $f(x) \in F[x]$ הוכיחו: $f(c) = 0$ אם ורק אם $(x - c) | f(x)$.

2. פרקו לגורמים אי פריקים את הפולינום $x^4 - 2$ מעל השדות:

(א) \mathbb{C}

(ב) \mathbb{R}

(ג) \mathbb{Q}

(ד) \mathbb{Z}_3

3. הוכח: $\mathbb{Q}[\sqrt{3} + \sqrt{2}] = \mathbb{Q}[\sqrt{3}, \sqrt{2}]$.

4. פתרו את המשוואה: $2x^3 - 30x^2 + 162x - 350 = 0$

5. מצא פולינום אי פריק מעל \mathbb{Z} עם שורש $\sqrt[3]{5} + \sqrt{2}$ (רמז: חשב עד חזקה שישית).

6. רשמו את התת-שדה של \mathbb{C} המינימלי שמכיל את \mathbb{Q} ואת $\sqrt{3}$ ואת ρ_3 . כאשר ρ_3 הוא שורש 3 פרימיטיבי של 1. (כלומר $\rho_3^3 = 1$). כתבו אותו גם כחוג מנה של חוג הפולינומים $\mathbb{Q}[x]$.