

חשבון אינפי 1 - בוחן

חסמים, גבולות וטורים

10 בדצמבר 2015

הנחיות כלליות

- משך הבוחן 90 דקות ללא הארכת זמן. לא תנתן כל הארכה מכל סוג שהוא ללא אישור ממדור בחינות.
- יש לכתוב בעט כחול/שחור בלבד.
- אין להשתמש בחומרי עזר (גם לא במחשבון).
- בבוחן 3 שאלות. יש לענות על כולן ללא בחירה.
- כל שאלה שווה 35 נקודות. כל ציון מעל 100 יחשב כ-100.
- יש לנמק כל טענה שאתם מנסחים באופן מלא.

1. מצאו האם הגבול הבא קיים (במובן הרחב). אם הוא אכן קיים, מצאו אותו:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{3} - \sqrt[3]{3}) (\sqrt{3} - \sqrt[4]{3}) \cdots (\sqrt{3} - \sqrt[n]{3})$$

2. מצאו האם הטורים הבאים מתכנסים בהחלט, מתכנסים בתנאי או מתבדרים

(א)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}}{n^\alpha}, \quad \alpha \in \mathbb{R}$$

חלקו למקרים לפי הערך של α .

(ב)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\ln(n!)}$$

3. תהי סידרה $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$. נתבונן בתתי הסדרות שלה

$$\begin{aligned} \{b_k\}_{k=1}^{\infty} &= \{a_{2k}\}_{k=1}^{\infty}, \\ \{c_j\}_{j=1}^{\infty} &= \{a_{3j}\}_{j=1}^{\infty}. \end{aligned}$$

נתון כי

$$\begin{aligned} \lim_{k \rightarrow \infty} b_k &= L \\ \lim_{j \rightarrow \infty} c_j &= M \end{aligned}$$

(א) הראו ש $L = M$.

(ב) הוכיחו או הפריכו: הסדרה a_n מתכנסת.