

#### חזון"א 1 תרגיל 4

1. מצא את סכום הטורים הבאים:

א.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n + 3^n}{5^n}$

ב.  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(n+2)(n+1)}$

ג.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{16n^2 - 8n - 3}$

ד.  $\sum_{n=2}^{\infty} \ln\left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$

2. האם הטור  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  מתכנס עבור הסדרות הבאות:

א.  $a_n = \frac{5 + 3 \cdot (-1)^{n+1}}{2^n}$

ב.  $a_n = \frac{\arctg(n)}{n^2 + 1}$

ג.  $a_n = \frac{n \cos n}{2^n}$

ד.  $a_n = \frac{n^2 + 2}{3n^3 + 5n - 4}$

ה.  $n \geq 3 \quad a_n = \frac{1}{n \ln(n) \ln(\ln(n))}$

ו.  $n \geq 2 \quad a_n = \frac{1}{n(\ln(n))^2}$

ז.  $a_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$

ח.  $a_n = \frac{\sqrt[3]{n+1} - \sqrt[3]{n}}{\sqrt{n}}$

3. בדוק התכנסות והתכנסות בהחלט עבור הטורים הבאים:

א.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2}$

ב.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[3]{n}}$

ג.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[n]{n^2 + 1}}$

4. יהי  $c > 0$ . נגדיר  $a_1 = 1$  ולכל  $n \geq 2$  נגדיר  $a_n = \frac{1}{2} \left( a_{n-1} + \frac{c}{a_{n-1}} \right)$ . הראה כי הסדרה  $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$

מתכנסת ומצא את הגבול.