

בס"ד

מבחן באלגברה ליניארית תש"ע סמסטר א' 89-112 מועד ב 23.4.10

מרצים: ד"ר יונתן בק, פרופ' יובל רויכמן.

משך המבחן: שעתיים

חומר עזר: מחשבון פשוט.

הוראות: יש לענות בפירוט על 3 מתוך 4 שאלות בחלק I, ויש לענות בפירוט על 1 מתוך 2 בחלק

II. התשובות צריכות לכלול הנמקות והוכחות מלאות.

כל תשובה מופיעה במקומה בשאלון. המחברות משמשות לטיוטה בלבד, ולא יבדקו.

יש לרשום תשובות מנומקות.

הקיפו בטבלה הבאה את מספרי השאלות אותן בחרתם. אחרת, יבדקו 5 הראשונות.

חלק I בחר 3 מתוך 4

| שאלה | ציון |
|------|------|
| 1 | |
| 2 | |
| 3 | |
| 4 | |

חלק II בחר 1 מתוך 2

| שאלה | ציון |
|------|------|
| 5 | |
| 6 | |

ציון:

בהצלחה!

שאלה 1

כתוב תשובתך בפירוט בדפים 2 ו 3

נתונה המערכת הבאה מעל i .

$$2x_1 + x_2 + x_3 = a$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = b$$

$$3x_1 + x_2 + x_3 = c$$

- א. מצא תנאי הכרחי ומספיק על a, b, c לקיום פתרון עבור המערכת.
ב. האם קיימים ערכים של a, b, c שעבורם יש למערכת פתרון יחיד?

שאלה 2

כתוב תשובתך בפירוט בדפים 4 ו 5

$$.A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 9 \\ 1 & 8 & 27 \end{pmatrix} \text{ תהי}$$

(i) מצא את A^{-1} .

(ii) בעזרת A^{-1} פתור את מערכת המשוואות $A\vec{x} = \begin{pmatrix} 6 \\ -6 \\ 6 \end{pmatrix}$

(iii) כתוב את A כמכפלה של מטריצות אלמנטריות.

כתוב תשובתך בפירוט בדפים 6 ו 7

שאלה 3

יהי $\mathcal{C}_5 = \{\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}\}$ השדה עם חמישה איברים. תהי $V = \mathcal{C}_5^2$ מרחב ווקטורי מעל \mathcal{C}_5 . נסתכל

בשלושה הווקטורים $\mathbf{w}_1 = \begin{bmatrix} \bar{1} \\ \bar{2} \end{bmatrix}, \mathbf{w}_2 = \begin{bmatrix} \bar{4} \\ \bar{3} \end{bmatrix}, \mathbf{w}_3 = \begin{bmatrix} \bar{1} \\ \bar{3} \end{bmatrix}$ ב V ו

איזה מתת-הקבוצות הבאות של V הן בסיסים:

$$\mathcal{S}_1 = \{\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2\}, \mathcal{S}_2 = \{\mathbf{w}_2, \mathbf{w}_3\}, \mathcal{S}_3 = \{\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_3\}$$

שאלה 4

כתוב תשובתך בפירוט בדפים 8 ו 9

. i $[x]$ הם תת-מרחבים של $U = \{a + bx + (a+b)x^2 : a, b \in i\}$, $W = \{ax + bx^2 : a, b \in i\}$

. _____ = $\dim(U + W)$ (א)

. _____ = $\dim(U \cap W)$ (ב)

כתוב תשובתך לאחת מהשאלות הבאות בפירוט בדפים 10 ו 11

שאלה 5

הוכח שעבור שני תתי מרחבים U ו W של מרחב וקטורי V מעל שדה F , מתקיים:
 $\dim(U + W) + \dim(U \cap W) = \dim U + \dim W$

שאלה 6

תהי A מטריצה מסדר $m \times n$ מעל שדה F . נסמן ב $C(A)$ את תת-המרחב של m הנפרש על ידי העמודות של A . נסמן ב $C(A^T)$ את תת-המרחב של n הנפרש על ידי השורות של A . הוכח ש
 $\dim C(A) = \dim C(A^T)$

