

חשבון אינפיניטסימלי 4 (88-236-01/05)
מועד ב', תשע"ח

מרצה: פרופ' אנדריי לרנר.

משך הבחינה: 3 שעות.

חומר עזר: אין להשתמש בכל חומר עזר. אין להשתמש במחשבון כיס.

ענו על 4 מתוך 5 השאלות הבאות. משקל כל שאלה 25 נקודות.

1. הוכח את למת פואנקרה ב- $B_n = \{x \in \mathbb{R}^n : \|x\| < 1\}$ אם

$$\omega = \omega_1 dx_1 + \dots + \omega_n dx_n \in C^1(B_n)$$

תבנית סגורה אזי היא מדויקת.

2. נניח ש- Γ_1 היקף הריבוע $[-3, 3] \times [-3, 3]$ עם אוריינטציה נגד כיוון השעון ו- $\Gamma_2 = \{x^2 + \frac{y^2}{4} = 1\}$ עם אוריינטציה בכיוון השעון. בעזרת משפט גרין חשב את

$$\int_{\Gamma_1 \cup \Gamma_2} y(\cos x - 1)dx + \sin x dy$$

3. בעזרת משפט הדיברגנץ חשב את נפח התחום הנתון על ידי

$$\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : y^2 + z^2 \leq x^2, 1 \leq x \leq 5\}$$

4. חשב את $\int_{\Gamma} F \cdot dr$ כאשר $F = (y, y, z)$ ו- Γ היא החיתוך של הגליל $x^2 + y^2 = 1$ עם משטח $z = 3 + \cos(x^2 y)$ עם האוריינטציה נגד כיוון השעון אם מסתכלים מכיוון חיובי של ציר Oz .

5. תהי $G \subset \mathbb{R}^n$ קבוצה פתוחה, קשירה וחסומה עם שפה חלקה. הוכח שאם $0 \in \partial G$ אזי

$$\int_{\partial G} \left(\frac{x}{\|x\|^n} \right) \cdot N ds = \omega_n$$

כאשר ω_n שטח הפנים של הספירה $S_{n-1} = \{x \in \mathbb{R}^n : \|x\| = 1\}$ ו- N נורמל חיצוני.

בהצלחה!