

## אינפי 1- תרגיל 9

24 בדצמבר 2014

1. א. מצאו את מספר הפתרונות של המשוואות הבאות בקטע הנתון (אין צורך למצוא את הפתרונות עצמם). הוכיחו קביעתכם.  
א.  $x^3 + x^2 = 1$  בקטע  $[0, 1]$ .  
ב.  $e^x = 10x$  בקטע  $[0, 10]$ .
2. תהי  $f(x)$  רציפה ב  $[0, a]$ ,  $f(a) = f(0)$ . הוכיחו שקיים  $x_0 \in [0, \frac{a}{2}]$  כך ש-  
 $f(x_0) = f(x_0 + \frac{a}{2})$ .  
רמז: הסתכלו על הפונקציה:  $g(x) = f(x + \frac{a}{2}) - f(x)$ .
3. תהי  $f(x) = \sqrt[3]{8x - x^2}$ . הוכיחו שקיימת נקודה  $0 < c < 8$  כך ש  $f'(c) = 0$ .
4. א. הוכיחו שבין כל שני שורשים של פולינום קיים שורש של הנגזרת שלו. (תזכורת: שורש של פו'  $f$  הוא מספר  $c$  המקיים  $f(c) = 0$ )  
ב. השתמשו בסעיף א' כדי להוכיח שלמשוואה ממעלה שניה יש לכל היותר שני פתרונות.  
5. חשבו את הגבולות הבאים במונח הרחב. במידה והגבול לא קיים, הסבירו מדוע.

א.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$

ב.  $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$

ג.  $\lim_{x \rightarrow \infty} e^x \cos x$

ד.  $\lim_{x \rightarrow 0} \sin \frac{1}{x}$

ה.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} 4x^2 + 6x + 2$

ו.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x}$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sin \frac{1}{x} \quad \text{ז.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \cos \frac{1}{x} \quad \text{ח.}$$

6. א. הוכיחו: אם  $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = 0$  וגם  $f(x) > 0$  לכל  $x$ , אז  $\lim_{x \rightarrow c} \frac{1}{f(x)} = \infty$ .

ב. אם נוריד את הדרישה של  $f(x) > 0$  לכל  $x$ , האם עדיין הטענה תהיה נכונה? נמקו.