

תרגיל 6 – מבוא לאנליזה 1

1. הוכיחו בעזרת קריטריון קושי להתכנסות סדרות כי הסדרה $a_n = \frac{1}{3n}$ מתכנסת.

2. נתונה הסדרה $a_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n}$.

(א) הוכיחו כי לכל n טבעי מתקיים: $a_{2n} - a_n \geq \frac{1}{2}$.

(ב) בעזרת (א), הוכיחו כי $\{a_n\}$ לא מקיימת את קריטריון קושי להתכנסות.

(ג) הוכיחו כי $a_n \nearrow \infty$.

3. הוכיחו בעזרת הגדרת הגבול עפ"י קושי (כלומר בלשון $\varepsilon - \delta$):

$$\lim_{x \rightarrow 7} \frac{x-1}{2} = 3 \quad (\text{א})$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{3x-1} = 0 \quad (\text{ב})$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+1}{(x-1)^2} = \infty \quad (\text{ג})$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x} = \infty \quad (\text{ד})$$