

## תרגיל בית 2

### שאלה 1

לכל אחת מהמטריצות הבאות קבע אם היא לכסינה, ואם כן מצא את המטריצה אלכסונית  $D$  והמטריצה הפיכה  $P$  שעבורן מתקיים  $D = P^{-1}AP$ .

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix} .ג.$$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} .ב.$$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 5 & -3 & 3 \\ -1 & 0 & -2 \end{pmatrix} .א.$$

### שאלה 2

$$T: \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3 \text{ על ידי } T \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -c + ai \\ c + bi \\ -ci \end{pmatrix}$$

- א. האם  $T$  הפיך?  
ב. האם  $T$  ניתן לליכסון?  
ג. לכל  $n \in \{-1, 3, 2013\}$ , חשב את  $T^n$  או הוכח ש  $T^n$  אינו מוגדר.

### שאלה 3

יהי  $v \in \mathbb{R}^3$  וקטור עמודה, ותהי  $A \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  מטריצה שעמודותיה הן  $v, 5773v, 5774v$ . נתון שיש ל  $A$  ערך עצמי שונה מאפס. הוכח שהמטריצה  $A$  לכסינה.

### שאלה 4

יהי  $V$  מרחב וקטורי ממימד סופי, ותהי  $T: V \rightarrow V$  העתקה ליניארית.  
א. הוכח כי אם  $T$  הפיך, אזי ל  $T$  ול  $T^{-1}$  יש אותם וקטורים עצמיים.  
ב. הוכח כי המטריצות הממשיות הבאות הן דומות.

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

### שאלה 5

יהי  $V$  מרחב וקטורי ממימד סופי. יהיו  $W_1, W_2$  תת מרחבים של  $V$  כך ש  $V = W_1 \oplus W_2$ .  
נגדיר  $T: V \rightarrow V$  ע"י  $T(w_1 + w_2) := w_1$  לכל  $w_1 \in W_1, w_2 \in W_2$ .  
א. הראה ש  $T$  העתקה ליניארית.  
ב. מצא את הגרעין ואת התמונה של  $T$ .  
ג. מצא את הערכים העצמיים ואת המרחבים העצמיים של  $T$ .  
ד. הוכח כי  $T$  ניתן לליכסון.