

## אלגברה מופשטת 1, תרגיל בית 2

מתרגלים: סולי וישקאוצן ואדם צ'פמן. להגשה ב 23.11 או ב 20.11 בהתאם לשיעור התרגיל.

(1) תהי חבורה  $G$ . יהיו שני איברים  $a, b$  המקיימים  $a^2 = e, a^{-1}b^2a = b^3$ .  
הראו שמתקיים  $b^5 = e$ .

(2) נביט בקבוצה  $R \cup \{\infty\}$  ובפעולה  $a * b = \frac{a+b}{1-ab}$ . האם זו

חבורה למחצה? האם זו מונויד?

(3) נביט בקבוצה  $(N \cup \{0\}) \times (N \cup \{0\})$  ונגדיר פעולה  $*$  על

$$(a, b) * (c, d) = \begin{cases} (a + c - b, d) & c > b \\ (a, b - c + d) & \text{otherwise} \end{cases}$$

הקבוצה המקיימת

a. הראו כי הקבוצה יחד עם הפעולה הנ"ל מהווה מונויד.

b. מהי קבוצת האיברים ההפוכים משמאל? האם היא חבורה?

(4) מצאו את כל התת-חבורות של החבורות  $U_7, Z_4 \times Z_2$ .

(5) הראו ש  $\{1, n-1\}$  היא תמיד תת-חבורה של  $U_n$  (הוכיחו קודם שהיא

תת-קבוצה).