

## בדידה להנדסה- תרגיל 7

30 באפריל 2019

1. יהיו  $R_0 \subseteq R_1$  יחסים על קבוצה  $A$ , הוכח/הפרד:  
א.  $R_0$  רפלקסיבי  $\Leftarrow R_1$  רפלקסיבי.  
ב.  $R_0$  סימטרי  $\Leftarrow R_1$  סימטרי.
2. תהי  $A$  קבוצה לא ריקה ותהי  $\{R_i\}_{i \in I}$  משפחה של יחסים רפלקסיביים וסימטריים עליה.  
א. הוכח:  $R = \bigcap_{i \in I} R_i$  רפלקסיבי וסימטרי. האם זה נכון עבור  $R = \bigcup_{i \in I} R_i$ ?  
הערה: הטענה נכונה גם עבור התכונה "טרנזיטיביות" שנלמד בהמשך.  
ב. נסמן  $R_n = \{(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} : n | (x - y)\}$ , מצא מהם:  
1.  $R_1$  2.  $R_2$  3.  $R = \bigcap_{n \in \mathbb{N}} R_n$
3. תהי  $A$  קבוצה ונגדיר יחס  $R$  על  $P(A)$  כך:  $R = \{(X, Y) : X \Delta Y = \emptyset\}$ .  
האם  $R$  רפלקסיבי/סימטרי? מהו היחס  $R$ ?
4. נגדיר יחס  $R$  על  $\mathbb{Z}$  כך:  $R = \{(a, b) : 5 | (2a + 3b)\}$ .  
האם  $R$  רפלקסיבי/סימטרי?
5. תהי  $A$  קבוצה ו- $R$  יחס רפלקסיבי עליה.  
הוכח:  $\forall n \in \mathbb{N} : R^n \subseteq R^{n+1}$ , כלומר  $R \subseteq R^2 \subseteq R^3 \subseteq \dots$ .  
מצא תנאי מספיק לכך ש:  $\forall n \in \mathbb{N} : R^n = R^{n+1}$ .
6. כמה יחסים יש על קבוצה בגודל  $n$ ? כמה מהם רפלקסיביים?