

תיקון לסוף התרגיל ביום שני ה-24.11.2014

כזכור אנחנו מנסים להוכיח שהפונקציה

$$f(x) = \frac{d(x, E)}{d(x, E) + d(x, F)}$$

רציפה במ"ש. כאשר E ו- F תת קבוצות קומפקטיות וזרת של מרחב מטרי (X, d)

ניסתי להשתמש בזה שהמונה והמכנה רציפים במ"ש ושהמכנה הוא פונקציה חיובית חסומה מלמטה, אבל זה לא מספיק (אם המונה היה חסום מלמעלה היה מספיק).

במקום זה נשים לב ש :

$$\begin{aligned} |f(x) - f(y)| &= \left| \frac{d(x, E)}{d(x, E) + d(x, F)} - \frac{d(y, E)}{d(y, E) + d(y, F)} \right| \\ &= \frac{|d(x, E)(d(y, E) + d(y, F)) - d(y, E)(d(x, E) + d(x, F))|}{(d(x, E) + d(x, F))(d(y, E) + d(y, F))} \\ &= \frac{|d(x, E)d(y, F) - d(y, E)d(x, F)|}{(d(x, E) + d(x, F))(d(y, E) + d(y, F))} \\ &\leq \frac{|d(x, E)d(y, F) - d(x, E)d(x, F)| + |d(x, E)d(x, F) - d(y, E)d(x, F)|}{(d(x, E) + d(x, F))(d(y, E) + d(y, F))} \\ &= \frac{d(x, E)|d(y, F) - d(x, F)| + d(x, F)|d(x, E) - d(y, E)|}{(d(x, E) + d(x, F))(d(y, E) + d(y, F))} \\ &= \frac{d(x, E)d(x, y) + d(x, F)d(x, y)}{(d(x, E) + d(x, F))(d(y, E) + d(y, F))} = \frac{d(x, y)}{(d(y, E) + d(y, F))} \leq \frac{d(x, y)}{d(E, F)} \end{aligned}$$

כי לכל $x \in X$ $(d(y, E) + d(y, F)) \geq d(E, F)$ כמו שראינו בשיעור