

אינפי 1 - תרגיל בחירה 3 (הקבוצה של ניר)

הגדרת הגבול, אריתמטיקה של גבולות ושימוש בכלל הסנדוויץ'

4 בנובמבר 2015

- אני כותב כאן שלבי הוכחה שמכלילה את כל מה שעשינו בתרגול היום. ההוכחה משלבת בתוכה את כל מה שדיברנו בתרגול האחרון אבל אתם גם תצטרכו את כלל הסנדוויץ' שאומר שאם $a_n \rightarrow L$ וגם $c_n \rightarrow L$ ומתקיים

$$c_n \leq b_n \leq a_n \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

אזי $b_n \rightarrow L$

1 תזכורות

1.1 תזכורת - הגדרה של שורש

כזכור לכל $x \in [0, \infty)$, מגדירים את השורש הריבועי שלו (המסומן $y = \sqrt{x}$) כמספר החיובי היחיד כך ש $y^2 = x$. ניתן גם בדומה להגדיר את השורש ה t י (עבור $t > 0$) של המספר $w = \sqrt[t]{x}$ כמספר ממשי כך ש $w^t = x$. שימו לב שהפעם w לא בהכרח חיובי (עבור t אי זוגי בלבד).

דוגמאות:

1. $\sqrt{4} = 2$

2. $\sqrt[3]{27} = 3$

3. $\sqrt[3]{-1} = -1$

1.2 תזכורת לממוצעים

בהנתן סידרה $\{c_n\}_{n=1}^{\infty}$ נוכל להגדיר מתוכה את סידרת

- הממוצעים החשבוניים של הסידרה ע"י

$$d_n = \frac{\sum_{i=1}^n c_i}{n}$$

- הממוצעים ההנדסיים של הסידרה ע"י

$$e_n = \sqrt[n]{\prod_{j=1}^n c_j}$$

2 ובעת לתרגיל

נקבע $a \geq 1$. מצאו את גבול הסידרה (*) אם קיים.

$$(*) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\sqrt[2^n]{a} - 1} = ?$$