

חשבון אינפי 1 תרגיל 2

מועד הגשת התרגיל – שבוע המתחיל ב-3.11.13 בשיעור התרגיל

1. לכל אחת מהקבוצות הבאות מצאו חסם עליון, חסם תחתון, מקסימום, מינימום (אם קיימים). נמקו את התשובות

$$A_1 = \left\{ 5 + \frac{2}{3n} \mid n \in \mathbb{N} \right\} \quad \text{א.}$$

$$A_2 = \{x \in \mathbb{R} \mid (x^3 - 1)(x^2 - 16) = 0\} \quad \text{ב.}$$

$$A_3 = \left\{ (-1)^n \left(8 - \frac{5}{3^n} \right) \mid n \in \mathbb{N} \right\} \quad \text{ג.}$$

$$A_4 = \left\{ \frac{2n}{n^2 + 1} \mid n \in \mathbb{N} \right\} \quad \text{ד.}$$

$$A_5 = \left\{ n + \frac{1}{m} \mid n, m \in \mathbb{N} \right\} \quad \text{ה.}$$

$$A_6 = \left\{ \sum_{i=1}^n 7 \cdot 10^{-i} \mid n \in \mathbb{N} \right\} \quad \text{ו.}$$

$$A_7 = \left\{ \frac{1}{4} - \left(\frac{1}{3} \right)^n \mid n \in \mathbb{N} \right\} \quad \text{ז.}$$

$$A_8 = \left\{ \inf \left\{ -\frac{1}{m} + \prod_{i=1}^n \frac{1}{i} \mid n \in \mathbb{N} \right\} \mid m \in \mathbb{N} \right\} \quad \text{ח.}$$

2. נתון $S \subseteq T$ מה היחס בין $\sup S, \sup T, \inf S, \inf T$ ($\leq, \geq, <, >, =, \neq$)

3. הוכיחו או הפריכו:

א. אם קיים מקסימום לקבוצה, אז הוא יחיד

ב. אם לקבוצה S יש מינימום, אז לכל $c > 0$ ממשי לקבוצה $cS = \{cs \mid s \in S\}$ יש מינימום והוא $c \cdot \min S$.

ג. תהינה S ו- T קבוצות חסומות ולא ריקות, אזי $\sup(S \cup T) = \max\{\sup S, \sup T\}$.

ד. תהינה S ו- T קבוצות חסומות ולא ריקות, אזי $\inf(S \cap T) = \min\{\inf S, \inf T\}$.

ה. תהי S קבוצה חסומה ולא ריקה ונניח ש- $0 \notin S$. נגדיר $T := \left\{ \frac{1}{s} \mid s \in S \right\}$, אזי $\inf T = \frac{1}{\sup S}$.

ו. תהינה S ו- T קבוצות חסומות ולא ריקות של ממשיים, אזי $\inf\{s \cdot t \mid s \in S, t \in T\} = \inf S \cdot \inf T$.

ז. תהינה S ו- T קבוצות חסומות ולא ריקות של ממשיים, אזי $\sup\{s \cdot t \mid s \in S, t \in T\} = \sup S \cdot \sup T$.

4. תהיינה $A, B \subseteq \mathbb{R}$ קבוצות חסומות ולא ריקות. מצאו \sup ו- \inf של הקבוצות הבאות:

$$A - B = \{a - b \mid a \in A, b \in B\} \quad \text{א.}$$

$$A + B = \{a + b \mid a \in A, b \in B\} \quad \text{ב.}$$

בהצלחה !!!