

תרגיל 8

1. יהיו X_1, \dots, X_n מרחבים טופולוגיים, עם טופולוגיות τ_i ובסיסים B_i בהתאמה. הראו שהקבוצה $B_\pi = \{O_1 \times \dots \times O_n \mid O_i \in B_i\}$ היא בסיס לטופולוגיית המכפלה.

2. יהיו $\{(X_i, d_i)\}_{i=1}^n$ מרחבים מטריים. הראו שמרחב המכפלה $X = \prod X_i$ (עם טופולוגיית המכפלה) הוא מטריזבילי, עם המטריקה

$$d_{\max}(x, y) = \max \{d_i(x_i, y_i) \mid 1 \leq i \leq n\}$$

3. יהי (X, d) מרחב מטרי. הוכיחו שהפונקציה: $d : X \times X \rightarrow \mathbb{R}$ רציפה (לפי טופולוגיית המכפלה).

4. יהיו X, Y מרחבים טופולוגיים ספרביליים. האם $X \times Y$ ספרבילי?

5. יהיו $\{(X_i, \tau_i)\}_{i=1}^n$ מרחבים טופולוגיים T_1 . הוכיחו שמרחב המכפלה הוא T_1 .

6. יהיו X, Y מרחבים טופולוגיים. הוכיחו ש: $X \times Y \cong Y \times X$.

7. הוכיחו שהאותיות הבאות אינן הומיאומורפיות (כתתי קבוצות של \mathbb{R}^2):

$$K, B, C, D$$

8. הוכיחו שאם $f : X \rightarrow Y$ הוא הומיאומורפיזם, ו $A \subseteq X$, אז $f|_A : A \rightarrow f[A]$ הפונקציה המצומצמת, היא הומיאומורפיזם.