

## מבחן מועד ג בבדידה 2 למהנדסים, 83-118, סמסטר ב תשעח

מרצה: ד"ר קונסטנטין גולובב.

מתרגל: אריאל ויצמן.

- כל השאלות הינן חובה.
- הקפידו על סדר וניקיון.
- משך הבוחן: שעתיים וחצי.
- חומר עזר: מחשבון פשוט בלבד.
- אין צורך לחשב במדוייק דברים כמו  $\frac{2459!}{236!} \dots$

המלצה: הסתכלו על כל השאלות והתחילו עם השאלות שעליהן אתם יודעים לענות.

חלקו את זמנכם בתבונה!

### בהצלחה!

1. יהיו  $k, m, n \in \mathbb{N}$  כך ש  $k + m \leq n$  הוכיחו:

$$\binom{n}{k+m} \leq \binom{n}{k} \cdot \binom{n-k}{m}$$

(20 נקודות)

2. כמה פתרונות שלמים יש למשוואה

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 50$$

כאשר  $x_1 \geq -3, x_2 \geq 0, x_3 \geq 4, x_4 \geq 2, x_5 \geq 12$  (15 נקודות)

3. מספרי קטלן:

א. הגדירו אותם. (5 נקודות)

ב. נסחו והכיחו את נוסחת הנסיגה עבור מספרי קטלן. (15 נקודות)

4. משפט ארדוש-סקרש:

א. נסחו אותו. (5 נקודות)

ב. הוכיחו אותו. (20 נקודות)

5. יהי  $G$  גרף  $d$ -רגולרי.

א. הגדירו: מטריצת שכנויות של גרף. (5 נקודות)

ב. הגדירו: מספר צביעה של גרף. (5 נקודות)

ג. נסחו את משפט הופמן בעזרת ע"ע של מטריצת השכנויות. (5 נקודות)

ד. רשמו את הערכים העצמיים של  $K_n$ , הגרף המלא עם  $n$  קודקודים, וודאו כי אי השיוויון של משפט הופמן הדוק עבורו. (5 נקודות)

6. יהי  $T_n$  עץ עם  $n \geq 2$  קודקודים. הוכיחו שקיימים בו לפחות שני עלים. (10 נקודות)