

אינפי 1 תרגיל 8

(1) מצאו את מספר הפתרונות של המשוואות הבאות בקטע הנתון (אין צורך למצוא את הפתרונות עצמם).

הוכיחו את קביעתכם.

(א) $x^5 - 4x + 1 = 0$ בקטע $[0, 1]$

(ב) $2^x - 5x = 0$ בקטע $[0, 1]$.

(2) תהי $f(x)$ פונקציה רציפה בקטע $[0, a]$ כך ש $f(0) = f(a)$ הוכיחו שקיים $x_0 \in [0, \frac{a}{2}]$ כך ש- $f(x_0) = f(x_0 + \frac{a}{2})$.

רמז: הסתכלו על הפונקציה $g(x) = f(x + \frac{a}{2}) - f(x)$.

(3) תהי $f(x) = \ln^2(x) - 5\ln(x) + 6$ הוכיחו כי קיימת נקודה $e^2 < c < e^3$ כך ש- $f'(c) = 0$.

(4) הוכיחו כי לכל $x > y > 0$ ו $\alpha > 1$ מתקיים $\alpha y^{\alpha-1}(x-y) < x^\alpha - y^\alpha < \alpha x^{\alpha-1}(x-y)$.

(5) חשבו את הגבולות הבאים במונח הרחב (במידה והגבול לא קיים הסבירו מדוע).

(א) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\sqrt[5]{x}}$

(ב) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{\sqrt[5]{x}}$

(ג) $\lim_{x \rightarrow \infty} e^{2x} \sin(x)$

(ד) $\lim_{x \rightarrow 0} \sin\left(\frac{1}{x}\right)$

(ה) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^4} - \frac{1}{x^3}\right)$

(ו) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{x-1}}$

(ז) $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin\left(\frac{1}{x}\right)$

(ח) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right)}{\sin(x)}\right)$

(6) א. הוכיחו: אם $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$ ו $f(x) > 0$ לכל x אז $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{f(x)} = \infty$.

ב. אם נוריד את הדרישה ש $f(x) > 0$ לכל x האם עדיין הטענה תהיה נכונה? נמקו.