88-524-תרגיל 3:

1. הוכיחו או הפריכו:

א) אם $R(A,B;C,D) = R(A,B;C,D')$ אז $D=D'$.

ב) אם $R(A,B;C,D) = R(A,B';C',D)$ אז $B=B', C=C'$.

ג) אם $R(A,B;C,D) = R(A,B';C',D)$ אז $AB' / AC' = AB / AC$.

ד) אם $R(A,B;C,D)=1$ אז $C=D$.

ה) אם $R(A,B;C,D) = R(B,A;C,D)$ אז $A=B$ או $C=D$.

2. א) נסתכל על הספרה ב- R^3, ז"א על קבוצת הנקודות:

$$S^2 = \{(x,y,z)\in R^3 : x^2+y^2+z^2=1\}$$

נגדיר יחס שקילות על S^2:

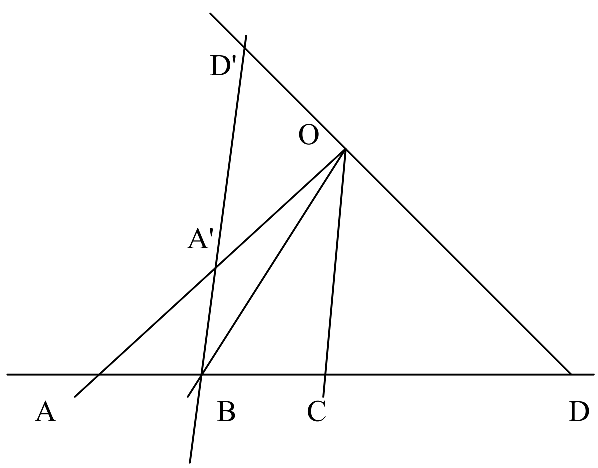
$$(x,y,z) \sim (x',y',z') \Leftrightarrow (-x,-y,-z) = (x',y',z')$$

הוכיחו שיש מיפוי חח"ע ועל בין הנקודות ב- RP^2 לבין הנקודות במרחב המנה $S^2/\sim$.

(למעשה מיפוי זה הוא הומיאומורפיזם).

ב) הכלילו את סעיף א) עבור המישור הפרויקטיבי ה- n מימדי: RP^n (ז"א – נסחו טענה מתאימה והוכיחו אותה).

3. תהיינה A,B,C,D ארבע נקודות על ישר l , O נקודה שאינה על הישר. נעביר דרך B ישר המקביל ל- OC ותהיינה A',D' נקודות החיתוך של הישר עם OA,OD . הוכיחו ש- $R(B,C;A,D) = A'B/D'B$ רק על פי העובדה שפרספקטיבה שומרת על יחס כפול.



4. תהיינה A,B,C שלוש נקודות על ישר l ונקודה P שאינה על l. בשיעור ראיתם את הבניה הגיאומטרית של נקודה D על l כך שהרביעייה A,B,C,D היא הרמונית.
תארו (וציירו) בניה דואלית של הנ"ל: התחילו עם שלישיית ישרים a,b,c קונקורנטיים בנקודה L ובנו ישר d שעובר דרך L כך שרביעייה a,b,c,d הרמונית (הוכיחו שאכן הרביעייה הרמונית).