לינארית 2 מדמח

מטלה 6

הנחיות:
בראש הדף הראשון ציינו את הפרטים הבאים: מספר תרגיל, שם מלא, ת.ז וסימן זיהוי לקבוצת התירגול שלכם (מספר קבוצה או יום +שעה).
ענו על השאלות הבאות:

1. תהא $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ ה"ל. נתונה המטריצה המייצגת של T

$$[T]_B^S = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

עבור הבסיסים $S = \left\{ \left(\begin{smallmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{smallmatrix}\right) \left(\begin{smallmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{smallmatrix}\right) \left(\begin{smallmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{smallmatrix}\right) \right\}$ של התחום ו $B = \left\{ \left(\begin{smallmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{smallmatrix}\right) \left(\begin{smallmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{smallmatrix}\right) \left(\begin{smallmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{smallmatrix}\right) \right\}$ של הטווח.
מצאו את המטריצות $[T]_B^B$, $[T^2]_B^B$ וכתבו מפורשות מפורשות את T, כלומר לאן T שולחת וקטור כללי $\left(\begin{smallmatrix} x \\ y \\ z \end{smallmatrix}\right)$ [תזכורת סימונים: T^2 היא ה"ל המוגדרת $T \circ T$].

2. תהא $T : V \to W$ ה"ל חח"ע. הוכיחו כי $\dim V \leq \dim W$

3.
(א) תהא $T : \mathbb{C}_2[x] \to \mathbb{C}_2[x]$ המוגדרת ע"י $p(x) \mapsto p(0) + p(1)x + p(-1) \cdot x^2$ כאשר $p(0)/p(1)/p(-1)$ זה הצבה $0/1/-1$ בפולוניום $p(x)$. הוכיחו כי T לכסינה ומצאו בסיס B כך ש $[T]_B^B$ אלכסונית.

(ב) מיצאו את הפירוק הפרימרי של $\mathbb{C}_2[x]$ ביחס להעתקה T.

4.
(א) תהא $D : \mathbb{R}_n[x] \to \mathbb{R}_n[x]$ העתקת הנגזרת (כלומר $p(x) \mapsto p'(x)$). מצאו את כל ת"מ ה D־ אינווראינטים. [מותר להשתמש בעובדה כי אם $\{p_i(x)\}_{i=1}^m$ פולינומים מדרגות שונות (שונים מאפס) אזי הם בת"ל].

(ב) נגדיר ה"ל $T : \mathbb{R}_3[x] \to \mathbb{R}_3[x]$ המוגדרת $T(p(x)) = p'(x) + p(0)$. מצאו את הע"ע/ו"ע/מ"ע/פ"מ של T, קבעו אם היא לכסינה ומצאו את הפירוק הפרימרי של $\mathbb{R}_3[x]$ ביחס ל T.

בהצלחה! ☺