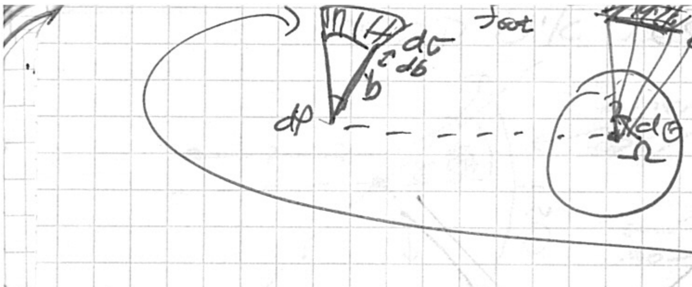


ועכשיו נעבור ב- 3D

שטף שנכנס: f_{in}

שטף שיוצא: f_{out}

מס' החלקיקים הנכנסים = מס' החלקיקים היוצאים.

$f_{out} \cdot dA \cdot dt$ $\qquad$ $f_{in} \cdot d\sigma \cdot dt$

$$dA = L\sin\theta \, d\varphi \, L \, d\theta = L^2 d\Omega$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = L^2 \frac{f_{out}}{f_{in}}$$ ← ניסיונית

שטח חתך דיפרנציאלי

מתמטית

$$d\sigma = db \cdot b \, d\varphi$$

$$d\Omega = \sin\theta \, d\theta \, d\varphi$$

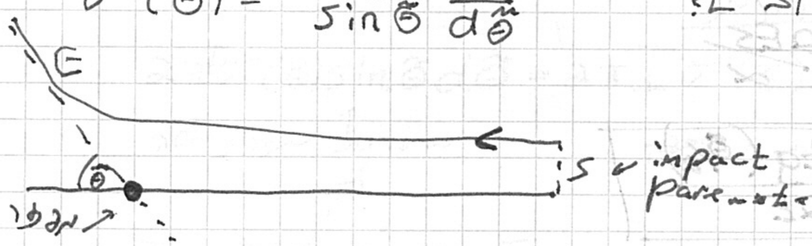
$$\boxed{\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{b}{\sin\theta}\frac{db}{d\theta}}$$ ← תיאורטית

צריך למצוא: $b(\theta)$ או $\theta(b)$

הרצאה 11:

איך s תלוי ב-$\tilde{\theta}$ וב-E?

$$\sigma(\tilde{\theta}) = -\frac{s}{\sin\tilde{\theta}}\frac{ds}{d\tilde{\theta}}$$



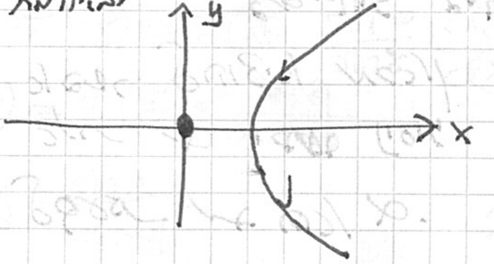
$$U(r) = \frac{\alpha}{r}$$

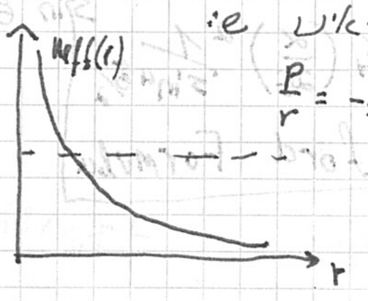
$$\alpha = Q_1 Q_2 e^2$$ ← עבור Coulomb

מספר האלקטרונים במפזר ובאלומת אור.

ראינו ש:

$$\frac{p}{r} = -1 + e\cos\theta$$

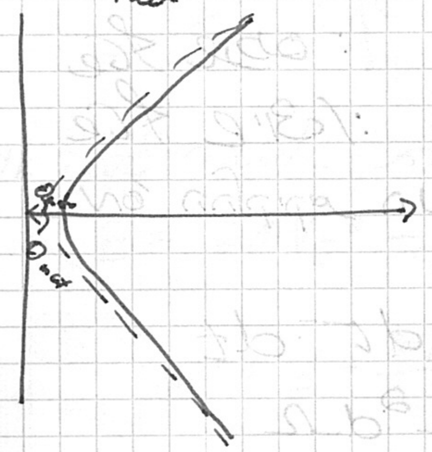


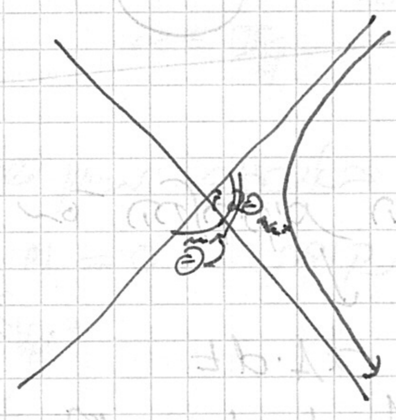


$-1+e\cos\Theta \ge 0$

$\cos\Theta > \frac{1}{e}$ ✓

$\cos\Theta_{max} = 1/e$





$$\frac{1}{e} = \cos(\Theta_{max}) = \cos\left(\frac{2\Theta_{max}}{2}\right)$$

$$= \cos\left(\frac{\pi - \tilde{\Theta}}{2}\right) = \sin(\tilde{\Theta}/2)$$

$$e^2 - 1 = 1/\sin(\tilde{\Theta}/2) = \cot(\tilde{\Theta}/2)$$

$$e = \sqrt{1 + \frac{2E l_z^2}{m(\alpha)^2}} = \sqrt{1 + \left(\frac{2Es}{\alpha}\right)^2}$$

$$l_z = m v_0 s = s\sqrt{2mE}$$

$E = \frac{1}{2} m v_0$

$$e^2 - 1 = \left(\frac{2Es}{\alpha}\right)^2$$

$$\cot^2(\tilde{\Theta}/2) = \left(\frac{2Es}{\alpha}\right)^2$$

$$\cot(\tilde{\Theta}/2) = \frac{2Es}{\alpha}$$

⇓

$$\boxed{s = \frac{\alpha \cot g(\tilde{\Theta}/2)}{2E}}$$

$$\sigma(\tilde{\Theta}) = -\frac{s}{\sin(\tilde{\Theta})}\frac{ds}{d\tilde{\Theta}}$$

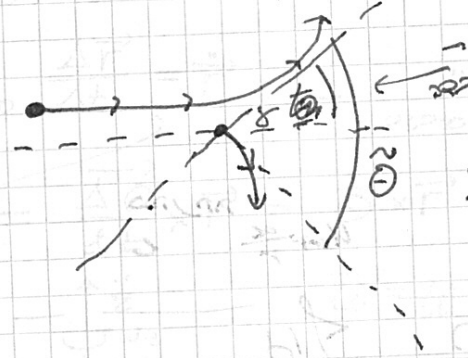
$$\sigma(\tilde{\Theta}) = 1/2\left(\frac{\alpha}{2E}\right)^2 \frac{\cos\tilde{\Theta}/2}{\sin\tilde{\Theta}\,\sin\tilde{\Theta}/2} \cdot \frac{1}{\sin^2\tilde{\Theta}/2}$$

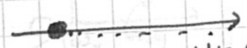
$$\boxed{\sigma(\tilde{\Theta}) = 1/4\left(\frac{\alpha}{2E}\right)^2 \frac{1}{\sin^4\tilde{\Theta}/2}}$$

Rutherford Formula

אפשר להוציא מכאן
את α ובעזרת ניסוי
לקבוע מה היה α.

עכשיו מה יקרה אם המפזר אינו קבוע





$$\vec{r_1} = \vec{r_1}' + \vec{R}$$

$$\vec{V_1} = \vec{V_1}' + \dot{\vec{R}}$$

$$\tan\gamma = \frac{V_1' \sin\tilde{\Theta}}{V_1' \cos\tilde{\Theta} + \dot{R}}$$

$$\vec{V_1}' = \frac{m_2}{m_1+m_2}\dot{\vec{r}}$$

$$\vec{r_1} - \vec{r_2} = \vec{r}$$

$$\frac{m_1\vec{r_1} + m\vec{r_2}}{m_1 + m_2} = \vec{R}$$

$$\vec{V_1}' = \frac{\mu}{m_1}\dot{\vec{r}} \Rightarrow V_1' = \frac{\mu}{m_1}V_0$$

$$\dot{R} = \frac{m_1 V_0}{m_1+m_2} = \frac{\mu V_0}{m_2}$$

שמור

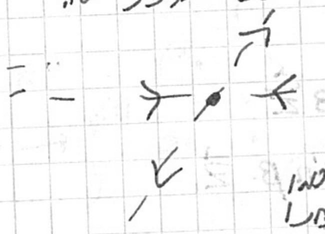
$$\tan\gamma = \frac{\frac{\mu}{m_1} V_0 \sin\tilde{\Theta}}{\frac{\mu}{m_2} V_0 \cos\tilde{\Theta} + \frac{\mu}{m_2} V_0}$$

$$\boxed{\tan\gamma = \frac{\sin\tilde{\Theta}}{\cos\tilde{\Theta} + \frac{m_1}{m_2}}}$$

ישנו שימור חלקיקים

$$2\pi I \sigma(\tilde{\theta})\sin\tilde{\theta}\, d\tilde{\theta} = 2\pi I \sigma'(\gamma)\sin\gamma\, d\gamma$$

מערכת מרכז מסה   מערכת מעבדה



אפשר יעיל להסתכל מנו מספר שאנחנו מתרכזים על התחום מרחק בין חמסות.

$$\sigma'(\gamma) = \sigma(\tilde{\theta})\frac{\sin\theta}{\sin\gamma}\frac{d\tilde{\theta}}{d\gamma}$$

$$\sigma'(\gamma) = \sigma(\tilde{\theta}) \cdot \frac{d\cos\tilde{\theta}}{d\cos\gamma}$$

$$\tan\frac{\lambda}{2} = \frac{\sin\lambda}{\cos\lambda + 1} =$$

$$1 = \frac{m_1}{m_2}$$

בעיה:

$$\tan\gamma = \tan\frac{\Theta}{2}$$

$$\gamma = \frac{\Theta}{2}$$

$$\boxed{\sigma'(\gamma) = 4\cos\gamma\,\sigma(2\gamma)}$$

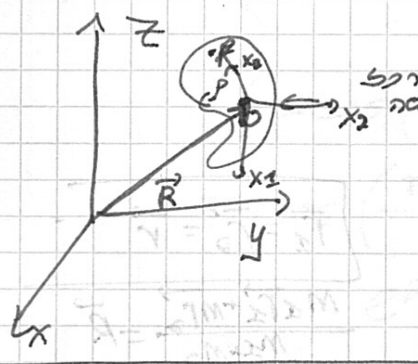
$$\sigma'(\gamma) = \cos\gamma\cdot\left(\frac{\alpha}{2E}\right)^2\cdot\frac{1}{\sin^4\gamma}$$

בהנחה ש $u_{(\infty)} = \frac{\alpha}{r}$

גוף קשיח

המרחקים נשמרים

קבועים [הגדרה של גוף קשיח]



שהמרחקים לא משתנים האנרגיה

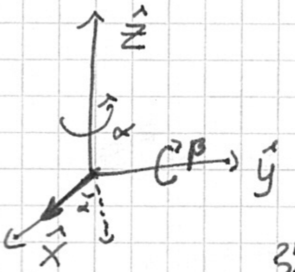
קבועה ולכן מה שלא משנה באותה

משוואות אוילר לגרנז'.

מספיקים 6 קואורדינטות

הרצאה 12

$$\vec{r} = r\hat{x}$$



סיבוב סביב $\vec{r}_\alpha = r\cos\alpha\,\hat{x} + r\sin\alpha\,\hat{y}$

ציר z עם זווית α

$$\vec{r}_{\alpha\beta} = r\cos\alpha(\cos\beta\,\hat{x} - \sin\beta\,\hat{z}) + r\sin\alpha\,\hat{y}$$

$$\vec{r}_{\alpha\beta} = r\cos\alpha\cos\beta\,\hat{x} + r\sin\alpha\,\hat{y} - r\cos\alpha\sin\beta\,\hat{z}$$

$$\vec{r}_\beta = r\cos\beta\,\hat{x} - r\sin\beta\,\hat{z}$$

$$\vec{r}_{\beta\alpha} = r\cos\beta(\cos\alpha\,\hat{x} + \sin\alpha\,\hat{y}) - r\sin\beta\,\hat{z}$$

$$\vec{r}_{\beta\alpha} = r\cos\alpha\cos\beta\,\hat{x} + r\sin\alpha\cos\beta\,\hat{y} - r\sin\beta\,\hat{z}$$

$$r_{\beta\alpha} \neq r_{\alpha\beta}$$

ניקח זוויות קטנות: $\vec{r}_{\alpha\beta} = r\hat{x} + r\Delta\alpha\,\hat{y} - r\Delta\beta\,\hat{z}$

$\alpha \ll 1$, $\beta \ll 1$: $\vec{r}_{\beta\alpha} = r\hat{x} + r\Delta\alpha\,\hat{y} - r\Delta\beta\,\hat{z}$

נגדיר וקטור $\Delta\Theta = \Delta\beta\,\hat{y} + \Delta\alpha\,\hat{z}$

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_{\alpha\beta} - \vec{r} = r\Delta\alpha\,\hat{y} - r\Delta\beta\,\hat{z}$$