

שימושי מחשב

תרגיל בית מס 10

תאריך הגשה: 19/06/2012

1. א. מצאו קבועים c_0, c_1, c_2 כך שהפונקציה

$$f(x) = \begin{cases} 3x^2 + \sin x - 1 & x \leq 4 \\ e^{-x}(c_0 + c_1x + c_2x^2) & x > 4 \end{cases}$$

היא רציפה ובעלת שתי נגזרות רציפות בנקודה $x=4$.
הציגו שרטוט של הפונקציה.

ב. כתבו פרוצדורה אשר מקבלת קלט את הביטוי $f(x)$

(כגון $f(x) = 3x^2 + \sin x - 1$) ושני מספרים a, b כאשר $a < b$
ומחזירה את הביטוי

$$\tilde{f}(x) = \begin{cases} e^x(d_0 + d_1x + d_2x^2) & x < a \\ f(x) & a \leq x \leq b \\ e^{-x}(c_0 + c_1x + c_2x^2) & x > b \end{cases}$$

כאשר c_0, c_1, c_2 הם קבועים כך ש- $\tilde{f}(x)$ היא רציפה ובעלת שתי נגזרות רציפות

ב $x = b$ ו- d_0, d_1, d_2 הם קבועים כך ש- $\tilde{f}(x)$ היא רציפה ובעלת שתי נגזרות

רציפות ב $x = a$.

הדגימו עבור שני $f(x)$ שונים.

2. נתונה

$$f(x) = \frac{x}{x^{\sin x} - 1}$$

א. ציירו גרפים של $f(x)$ בקטעים $0 < x < 0.5$ ו- $0 < x < 0.005$.

חשבו במיפוד את

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$$

האם הערך שהתקבל סביר לאור הגרפים בסעיף הקודם?

ג. בכדי לאמת את התוצאה, מצאו פתרונות של המשוואות

$$f(x) = -0.1, \quad f(x) = -0.01, \quad f(x) = -0.001$$

בכמה ספרות דיוק צריך היה לעבוד בכדי למצוא את הפתרון של $f(x) = -10^{-10}$?

$$f(x) = \cos(\sin x \cdot \log(1+x))$$

- ו- $p_{15}(x)$ הוא פולינום הטיילור של $f(x)$ מסדר 15.
- א. ציירו גרפים של $f(x)$ ו- $p_{15}(x)$ עבור $-0.99 < x < 0.99$
- ב. מצאו את הקטע הכי גדול $[-a, a]$ שבו הטעות ב- $p_{15}(x)$ כקירוב ל $f(x)$ היא פחות מ-0.01.
- ג. מצאו את ה- n הכי קטן כך שהטעות המקסימלית בפולינום טיילור $p_{15}(x)$ מסדר n כקירוב ל $f(x)$ על הקטע $[-0.95, 0.95]$ הוא פחות מ-0.01.