

מועד א' – חדו"א 2

זמן המבחן: 4 שעות. חומר עזר: מחשבון פשוט בלבד. משקל כל שאלה 24 נק', ענו על כל השאלות.

1. חשבו את:

א. $\int \frac{\ln(x)}{x} dx$

ב. $\int x^2 \sin(x) dx$

2. (שאלה מבגרות) נתונה הפונקציה $f(x) = 2e^{\sqrt{x}}$.

א. מצאו:

i. את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ii. את תחומי העלייה והירידה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $y = 2 \cdot f'(x)$ והראו כי נקודה זו נמצאת על גרף הפונקציה

$$x > 0, y = f(x^2)$$

ג. הפונקציות $y = 2 \cdot f'(x)$, $y = f(x^2)$ נפגשות בנקודה אחת בלבד (הנק' שמצאתם בסעיף ב').

השטח המוגבל על ידי הגרפים של שתי הפונקציות הללו ועל ידי הישר $x = a$, $a > 1$, שווה ל $8e - 2 \cdot f(a)$.

מצאו את הערך של a , תוכלו להשאיר \ln בתשובתכם.

3.

א. קבעו האם האינטגרל הבא מתכנס

$$\int_1^{\infty} \frac{\ln(e^x + 1)}{x^2 + 1} dx$$

ב. חשבו את גבול הסדרה

$$a_n = \sum_{k=1}^n \frac{n}{k^2 + 4kn + 5n^2}$$

4.

א. חשבו את $f^{(46)}(0)$ עבור $f(x) = x^2 e^{-x^2}$.

ב. קרבו את $\int_0^1 x^2 e^{-x^2} dx$ עד כדי שגיאה של $\frac{1}{1000}$.

5. נביט בפונקציה $f(x) = \int_0^x (e - e^{t^2}) dt$

א. מצאו באיזו נקודה הפונקציה $f(x)$ מקבלת את הערך המקסימלי שלה בקטע $[0, 2]$.

ב. קרבו את הערך המקסימלי של $f(x)$ בקטע $[0, 2]$ עד כדי שגיאה של $\frac{1}{100}$.

$$\frac{1}{1-x} = \sum_{n=0}^{\infty} x^n$$

$$\sin(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!}$$

$$e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$$

טורי חזקות ידועים: