

קורס: 83-211-01  
מרצה: ש. הורוביץ  
כ"ט שבט תשע"ו

## מבחן בפונקציות מרוכבות

### מועד א

ענו על כל השאלות הבאות. ניקוד שאלות 1-5 21 נקודות. שאלה 6 שווה 5 נקודות.  
כל חומר עזר אסור פרט למחשבון פשוט.  
משך הבחינה שלוש שעות. בהצלחה!

1. א. מצאו את כל המספרים  $z \in \mathbb{C}$  כך ש-  $z^2 + \bar{z}^2 = 2$  וגם  $|z^2 - 2| = 2$

2. הוכיחו שאם  $f(z)$  היא פונקציה שלימה, ואם לכל  $z \in \mathbb{C}$   $\operatorname{Re} f(z) > \operatorname{Im} f(z)$  אז  $f(z)$  קבועה ב- $\mathbb{C}$ .

3. חשבו  $\oint_{\gamma} [ctg(z-1-i) + \bar{z}^2] dz$  כאשר  $\gamma$  הוא המלבן בעל קדקודים בנקודות  $0, 2, 2+i, i$ , מתואר נגד כיוון בשעון.

4. חשבו את האינטגרל  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(x^2+4)^4} dx$  והצדיקו את תשובתכם.

5. הוכיחו שקיים מספר טבעי  $n_0$  כך שלכל מספר טבעי  $n > n_0$  יש בדיוק פתרון אחד למשוואה  $\frac{\sin z}{z^n} = 1$  בעיגול  $B(0, 1/2)$

6. מצאו העתקה קונפורמית וחד-חד ערכית של הפס  $\{z \in \mathbb{C} : -1 < \operatorname{Re} z < 1\}$  על עיגול  $B(0, 1)$ .

בהצלחה!