

## תרגיל 7

1. נגדיר את המטריצות הממשיות הבאות

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(א) מה הפולינום האופייני ומה הפולינום המינמאלי של  $A$  ושל  $B$ ?

(ב) לכל אחת מהמטריצות - מצאו ע"ע. לכל ע"ע מצאו את המרחב העצמי שלו, את הר"א ואת הר"ג. הסיקו האם המטריצה לכסינה.

(ג) האם  $A, B$  דומות?

2. מצא פולינום מינימאלי למטריצות הבאות:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 5 & 4 & 0 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^{3 \times 3} \quad (\text{א})$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \in (\mathbb{Z}_2)^{3 \times 3} \quad (\text{ב})$$

3. תהא  $A \in \mathbb{F}^{n \times n}$  מטריצה לכסינה. יהא  $f_A(x)$  הפ"א שלה. הוכח כי  $f_A(A) = 0$  ללא שימוש במשפט קיילי המילטון

4. תהא  $A \in \mathbb{F}^{n \times n}$  נגדיר את הת"מ  $W = \text{span} \{I, A, A^2, A^3, A^4, \dots\} \leq \mathbb{F}^{n \times n}$

(א) הוכח כי  $\dim W \leq n$  (רמז: קילי המילטון)

(ב) תן דוגמא ל  $W$  המקיים  $\dim W = n$  ותן דוגמא ל  $W$  המקיים  $\dim W = 1$

**בהצלחה!**