

חשבון אינפיניטסימלי 4 (88-236-05)
מועד ב', תשע"ג

המרצה: פרופ' אנדריי לרנר

משך המבחן: 2.5 שעות

ללא שימוש בחומר עזר

ענו על 5 מתוך 6 השאלות הבאות. כל שאלה שווה ל-21 נקודות.

1.

א) עבור אילו ערכים של הפרמטר a קבוצת M_a פטרונו המערכת

$$\begin{cases} x_1^2 + x_2^2 + x_3^3 + 4x_4 = 1 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = a \end{cases}$$

היא יריעה ממימד 2 ב- \mathbb{R}^4 ?

ב) נניח $a = 0$. מצאו מרחב משיק ל- M_0 בנקודה $(1, -1, 1, -1/2)$.

2.

א) נגדיר פונקציה $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ ותבנית-1 ω על \mathbb{R}^3 על ידי

$$f(x, y, z) = \sin(x^2 + yz), \quad \omega = x(dx \wedge dz) + y(dz \wedge dy)$$

חשבו את $(df) \wedge \omega$ (ז"א מצאו את הפונקציה φ כזאת ש- $(df) \wedge \omega = \varphi dx \wedge dy \wedge dz$).

ב) חשבו את הערך של התבנית $w = dz \wedge dy \wedge dx$ על הוקטורים

$$\xi_1 = (1, 1, 1), \xi_2 = (-1, 2, 0), \xi_3 = (3, 1, 2)$$

3. תהי $\omega = (2xy \cos(x^2y) - \sin x)dx + (x^2 \cos(x^2y))dy$

א) הראו ש- ω מדוייקת.

ב) חשבו את $\int_{\Gamma} \omega$ כאשר Γ עקומה כלשהי המחברת $A = (\pi, 1/\pi)$ ו- $B = (0, 5)$ בכיוון מ- A ל- B .

4. מצאו שטח הפנים של חלק הספירה:

$$\{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 = 4, y \geq \sqrt{3(x^2 + z^2)}, z \geq 0\}$$

5. יהי $S = \{(x, y, z) : z = 8 - 2x^2 - 4y^2, z \geq 4\}$ עם נורמל חיצוני ונניח ש- $F = (2y, 2x, -z)$.

בעזרת משפט סטוקס חשבו את $\iint_S (\text{curl} F \cdot n) dS$.

6. הגדירו משטח k -ממדי עם שפה והראו שאם M משטח k -ממדי עם שפה אזי ∂M משטח $(k - 1)$ -ממדי ללא שפה.

בהצלחה!