

טכניקות לחישוב גבולות

1 בדצמבר 2019

$$a > 0 \text{ אם } \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a} = 1 \quad (1)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n} = 1 \quad (2)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e \approx 2.71 \quad (3)$$

$$\frac{1}{a_n} = 0 \text{ אם } a_n \rightarrow \pm\infty \quad (4)$$

$$a_n \cdot b_n \rightarrow 0 \text{ אם } a_n \text{ סדרה חסומה ו-} b_n \rightarrow 0 \quad (5)$$

$$k \in \mathbb{N} \text{ עבור } \lim_{n \rightarrow \infty} a_n^k = L^k \text{ אם } a_n \rightarrow L \quad (6)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[k]{a_n} = \sqrt[k]{L} \text{ אם } a_n \rightarrow L \text{ והיא סדרה של מספרים אי שליליים } \quad (7)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \ln(n) = \infty \quad (8)$$

$$(9) \text{ תהינה } (a_n), (b_n) \text{ כך ש-} \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \infty \text{ ו-} b_n \text{ סדרה חסומה חסומה מלרע אזי}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + b_n) = \infty$$

$$(10) \text{ אם } a_n \rightarrow \infty \text{ ו-} c \in \mathbb{R} \text{ אזי } 0 < c \text{ אזי } \lim_{n \rightarrow \infty} c \cdot a_n = \infty$$

(11) אריתמטיקה של גבולות

(12) משפט הסנדוויץ

$$(13) \text{ אם } a_n \text{ זו סדרה של מספרים חיוביים ונניח ש-} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = L \text{ (הגבול קיים)}$$

במובן הרחב) אזי קיים $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n}$ ומתקיים

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$$

$$(14) \text{ אם } \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = \infty \text{ אזי } \lim_{n \rightarrow \infty} a_n \cdot b_n = \infty$$

$$(15) \text{ אם } a_n = q^n \text{ הי סדרה הנדסית אזי:}$$

$$q^n \rightarrow \begin{cases} 0 & |q| < 1 \\ 1 & q = 1 \\ \infty & q > 1 \\ \text{does not exist} & q \leq -1 \end{cases}$$

(16) סדרה מונוטונית וחסומה מתכנסת

(17) אם החל ממוקום מסויים מתקיים: $a_n \leq b_n$ אזי $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \leq \lim_{n \rightarrow \infty} b_n$