

אלגברה לינארית, תשע"ו - תרגיל 6

יש לרשום על דף התרגיל שם מלא ומספר ת.ז.
תרגיל זה יבדק!

1. האם הקבוצות הבאות הן ת"ל או בת"ל?

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix} \right\} \quad (\text{א})$$

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \right\} \quad (\text{ב})$$

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -15 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\} \quad (\text{ג})$$

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} \right\} \quad (\text{ד})$$

2. הוכיחו כי $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$ הוא בסיס ל- \mathbb{R}^2 .

3. מצאו בסיס וקבעו את המימד של המרחבים הבאים:

$$\text{span} \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -15 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\} \quad (\text{א})$$

$$\text{span} \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \right\} \quad (\text{ב})$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & -1 \\ 1 & 3 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -2 & -5 & 2 & 2 \end{pmatrix} \quad (\text{ג}) \text{ מרחב הפתרונות של המערכת ההומוגנית } Ax = 0 \text{ כאשר}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix} \quad (\text{ד}) \text{ מרחב הפתרונות של המערכת ההומוגנית } Ax = 0 \text{ כאשר}$$

4. מצאו בסיס ל- \mathbb{R}^2 מתוך הקבוצה הפורשת הבאה: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$.

5. שאלת אתגר (רשות):

(א) הוכיחו כי אם $U, V \subseteq \mathbb{R}^n$ הם תתי-מרחבים אזי גם $U \cap V$ הוא תת-מרחב.
(ב) נניח ידוע ש $\dim U = 2$ ו- $\dim V = 4$, מה יכול להיות המימד של החיתוך $U \cap V$? (רשמו את כל האפשרויות).