

אלגברה לינארית למורים - פתרון תרגיל 2

פתרון שאלה 1

פתרו את המערכות הבאות ובמידה ויש אינסוף פתרונות מצאו את הפתרון הכללי:

$$\begin{cases} x + 7y = 4 \\ -2x - 9y = 2 \end{cases}$$

$$\left(\begin{array}{cc|c} 1 & 7 & 4 \\ -2 & -9 & 2 \end{array} \right) \xrightarrow{R_2 + 2R_1 \rightarrow R_2} \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 7 & 4 \\ 0 & 5 & 10 \end{array} \right) \xrightarrow{\frac{1}{5}R_2 \rightarrow R_2} \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 7 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \end{array} \right)$$

$$\xrightarrow{R_1 - 7R_2 \rightarrow R_1} \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & -10 \\ 0 & 1 & 2 \end{array} \right)$$

.א

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -10 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} y - 4z = 8 \\ 2x - 3y + 2z = 1 \\ 10x - 16y + 14z = 2 \end{cases}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & -4 & 8 \\ 2 & -3 & 2 & 1 \\ 10 & -16 & 14 & 2 \end{array} \right) \xrightarrow{R_1 \leftrightarrow R_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -4 & 8 \\ 10 & -16 & 14 & 2 \end{array} \right)$$

.ב

$$\xrightarrow{R_3 - 5R_1 \rightarrow R_3} \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -4 & 8 \\ 0 & -1 & 4 & -3 \end{array} \right) \xrightarrow{R_3 + R_2 \rightarrow R_3} \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -4 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \end{array} \right)$$

קיבלנו שורת סתירה ולכן אין פתרון.

$$\begin{cases} x + 4y + 5z = 6 \\ -x - 2y - 6z = -3 \\ 4x + 10y + 23z = 15 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 & 5 & | & 6 \\ -1 & -2 & -6 & | & -3 \\ 4 & 10 & 23 & | & 15 \end{pmatrix} \xrightarrow{\substack{R_2 + R_1 \rightarrow R_2 \\ R_3 - 4R_1 \rightarrow R_3}} \begin{pmatrix} 1 & 4 & 5 & | & 6 \\ 0 & 2 & -1 & | & 3 \\ 0 & -6 & 3 & | & -9 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{R_3 + 3R_2 \rightarrow R_3} \begin{pmatrix} 1 & 4 & 5 & | & 6 \\ 0 & 2 & -1 & | & 3 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_1 - 2R_2 \rightarrow R_1} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 7 & | & 0 \\ 0 & 2 & -1 & | & 3 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{0.5R_2 \rightarrow R_2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 7 & | & 0 \\ 0 & 1 & -0.5 & | & 1.5 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{pmatrix}$$

$$z = t$$

$$y - 0.5t = 1.5 \Rightarrow y = 1.5 + 0.5t$$

$$x + 7t = 0 \Rightarrow x = -7t$$

$$\left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \middle| \begin{pmatrix} 0 \\ 1.5 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -7 \\ 0.5 \\ 1 \end{pmatrix} \middle| t \in \mathbb{R} \right\}$$

.ג

כלומר יש אינסוף פתרונות

