

מבוא להסתברות וסטטיסטיקה

19 ביוני 2016

תרגיל 10 - שרשראות מרקוב

1. כמה פעמים בתוחלת יש להטיל קוביה הוגנת עד שהסכום של שתי הטלות רצופות הוא 9 בפעם הראשונה?
 2. נמלה משוטטת בין קודקודי משולש, כשבכל דקה היא או מתה מתשישות, בהסתברות $p > 0$, או עוברת לאחד משני הקודקודים האחרים בהסתברויות שוות, $\frac{q}{2}$, לכל קודקוד ($q = 1 - p$). מניחים אותה בקודקוד A . מה ההסתברות לכך שהיא תסיים את חייה בקודקוד B ?
 3. מוזיקאי מנגן סדרת שירים ארוכה, משני סוגים: שמחים ועצובים. במהלך הנגינה הוא מתבונן בקהל: אם הקהל מרוצה, השיר הבא יהיה מאותו סוג. אם הקהל לא מרוצה, השיר הבא יהיה מאותו סוג רק בסיכוי $\frac{2}{5}$ (ומהסוג המנוגד בסיכוי $\frac{3}{5}$). הסיכוי שהקהל יהיה מרוצה משיר הוא $\frac{1}{2}$ כשהשיר עצוב ו- $\frac{3}{4}$ כשהשיר שמח. איזה חלק מהשירים יהיו שמחים? איזה חלק מהזמן יהיה הקהל מרוצה?
 4. בכל הטלה של מטבע (הוגן), מעתיקים את המספר הכתוב על הלוח הראשון (אם יש כזה) ללוח השני, ואז כותבים את הערך שהתקבל במטבע אל הלוח הראשון (בתחילת המשחק שני הלוחות מחוקים).
- (א) המשחק נעצר כאשר, בהטלת המטבע, מתקבל ערך שונה מן המספר הכתוב על הלוח השני. איך מתפלג מספר ההטלות עד לעצירת המשחק?

(ב) קובעים כללי עצירה חדשים: המשחק ייעצר רק כאשר המטבע מוטל על 0
בשעה שהלוח מציג 1. מה תוחלת מספר הטלות המטבע במקרה זה?