

תרגיל בית 7

שאלה 1

עבור סדרות הפונקציות הבאות מצאו את פונקציית הגבול (אם היא קיימת), וקבעו אם ההתכנסות היא נקודתית או במידה שווה.

א. $f_n(x) = \cos^{2n}(x)$ בקטע $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$

ב. $f_n(x) = \frac{\arctan x}{n}$ ב R

ג. $f_n(x) = \frac{1}{nx+1}$ בקטע $(0, \infty)$

ד. $f_n(x) = x^n(1-x^n)$ בקטע $[0,1]$

שאלה 2

הוכיחו או הפריכו את הטענה הבאה:

אם $f_n(x)$ מתכנס במידה שווה ל $f(x)$ בקטע I אזי $g(x)f_n(x)$ מתכנס במידה שווה ל $g(x)f(x)$.

שאלה 3

החליטו אם טורי הפונקציות הבאים מתכנסים נקודתית, במ"ש או מתבדרים בתחומים הנתונים:

א. $\sum_{n=2}^{\infty} \ln\left(1 + \frac{x^2}{n \ln^2 n}\right)$ בתחום $(-a, a)$

ב. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^2}{e^{nx}}$ בתחום $[0, \infty)$

ג. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x}{(1+x^2)^n}$ בתחום $[0, \infty)$

שאלה 4

א. חשב וציין את תחום ההתכנסות $\sum_{n=1}^{\infty} nx^{n+2}$

ב. חשבו את סכום הטור $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n}{(n+1)2^n}$

שאלה 5

עבור הטורים הבאים קבע לאילו ערכי x הטור מתכנס בתנאי\בהחלט

א. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n-1} \left(\frac{1-x}{1+x}\right)^n$

ב. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{(1+x)(1+x^2)\dots(1+x^n)}$

שאלה 6

מצא את תחום ההתכנסות עבור טורי החזקות הבאים:

א. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n+5}{4n^2+n} \left(\frac{x}{3}\right)^n$

ב. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln n}{8^n \sqrt{n}} (x-2)^{3n}$