

תרגיל 3

1. תהיינה A, B שתי קבוצות נגדיר $f: A \rightarrow B$ ע"י $f(x) = x^2$. בכל אחד מהמקרים רשום האם f פונקציה ונמק את תשובתך.

א. $A = \mathbb{Z}, B = \mathbb{Z}$

ב. $A = \mathbb{R}, B = \mathbb{Z}$

ג. $A = \mathbb{Z}, B = \mathbb{R}$

ד. $A = \mathbb{Z}_5, B = \mathbb{Z}_5$ (השדה \mathbb{Z}_5).

2. יהיו A, B קבוצות לא ריקות.

א. הוכח כי קיימת פונקציה חח"ע $g: A \rightarrow A \times B$.

ב. הוכח כי אם קיימת פונקציה חח"ע $f: A \rightarrow B$ אזי קיימת פונקציה

חח"ע $h: A \times B \rightarrow B \times B$.

3. ציינו לגבי כל אחת מהפונקציות הבאות האם היא חח"ע, על או הפיכה.

אם הפונקציה הפיכה-מצאו, הפונקציה ההופכית. הוכיחו תשובותיכם:

א. $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{N}, f(n) = |n|$

ב. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(n) = n^3$

ג. $f: \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{R}, f(n) = 2^n$

ד. תהי A קבוצה כלשהי ותהי $f: P(A) \rightarrow P(A)$ פונקציה

המוגדרת על ידי $f(B) = A \setminus B$.

ה. תהיי פונקציה F המוגדרת בצורה הבאה:

יהיו X, Y שתי קבוצות ותהי $f: X \rightarrow Y$ פונקציה חח"ע.

נגדיר פונקציה $F: P(X) \rightarrow P(Y)$ על ידי

$$F(A) = \{f(a) \mid a \in A\} \text{ לכל } A \in P(X)$$

ו. כמו סעיף ה אבל הפונקציה $f: X \rightarrow Y$ גם על.

4. הוכח או הפרך את הטענות הבאות:

א. $f^{-1}[D_1 \cup D_2] = f^{-1}[D_1] \cup f^{-1}[D_2]$

ב. $f^{-1}[D_1 \cap D_2] = f^{-1}[D_1] \cap f^{-1}[D_2]$

ג. $f[C^c] = (f[C])^c$

ד. $f^{-1}[D^c] = (f^{-1}[D])^c$

ה. $f[C_1 \setminus C_2] = f[C_1] \setminus f[C_2]$

ו. $f^{-1}[D_1 \setminus D_2] = f^{-1}[D_1] \setminus f^{-1}[D_2]$