

## תרגיל 7 אינפי 4

17 במאי 2017

תרגיל 1. חשבו את אינטגרלים המשטחיים  $\int_S f dS$  הבאים :

$$S = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 = 1, 0 \leq z \leq 1\}, f(x, y, z) = z \quad .1$$

.2

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \sqrt{1 + 4x_4}$$

$$S = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) : x_4 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2, x_3 = x_2, 0 \leq x_4 \leq 1\}$$

תרגיל 2. יהיו  $N \subseteq \mathbb{R}^n, M \subseteq \mathbb{R}^n$  משטחים עם פרמטריזציות  $\phi : U \rightarrow \mathbb{R}^n$  ו  $\psi : V \rightarrow \mathbb{R}^n$  כך ש  $M = \phi(U)$  ו  $N = \psi(V)$ . הראו שהשטח פנים של המשטח  $M \times V$  מקיים

$$S(M \times V) = S(M) S(V)$$

תרגיל 3. ישי משטח המוגדר על ידי  $M$  המשוואה  $g(x_1, \dots, x_n) = 0$  ונניח ש  $\frac{\partial g}{\partial x_n} \neq 0$ . הוכיחו שמתקיים

$$S(M) = \int_S \frac{\|\nabla g\|}{\left| \frac{\partial g}{\partial x_n} \right|} dx_1 \dots dx_n$$

כאשר  $S$  הוא ההיטל של  $M$  על המישור  $x_1, \dots, x_n$ .  
(הדרכה: בעזרת משפט פונקציה הסתומה הראו  $x_n$  הוא פונקציה של  $x_1, \dots, x_{n-1}$  ו  $M$  הוא תמונה של  $(x_1, \dots, x_{n-1}, f(x_1, \dots, x_{n-1}))$  הראש שמתקיים  $f(x_1, \dots, x_{n-1}) = x_n$ )

$$D_\phi^t(u) D_\phi(u) = 1 + \sum_{i=1}^{n-1} \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2$$

והשתמשו בנוסחה לנגזרת של פונקציה סתומה.