

תרגיל 10

1. א. תהי f פונקציה המוגדרת בקטע סופי ורציפה בו. הוכיחו כי אם f אינה חסומה בקטע, אזי f אינה רציפה במ"ש בקטע

ב. הוכיחו שהכיוון ההפוך אינו נכון כלומר מצאו פונקציה f אשר מוגדרת בקטע סופי, הוכיחו שהיא רציפה וחסומה בקטע, והוכיחו כי הפונקציה אינה רציפה במ"ש בקטע.

רמז: ניתן להיעזר בפונקציה $f(x) = \sin\left(\frac{1}{x}\right)$

2. א. תהי f פונקציה רציפה במידה שווה בקטע $[a,b]$ וכן בקטע $[b,c]$. הוכיחו כי הפונקציה

רציפה במידה שווה גם בכל הקטע $[a,c]$.

ב. הוכיחו כי לפונקציה רציפה במידה שווה $\{f(x) - f(y) : |x - y| < \delta\}$ קיים עבור δ קטן מספיק.

ג. הוכיחו: f רציפה במידה שווה בקטע $\Leftrightarrow \sup\{f(x) - f(y) : |x - y| < \delta\} \rightarrow 0$ כאשר $\delta \rightarrow 0$