

מבנים אלגבריים להנדסה, 83-218, בוחן 2 תשפ"א

י"ט בסיון ה'תשפ"א, 30.5.21

מרצה: פרופ' רון עדין.

מתרגל: אריאל ויצמן.

- מבנה הבוחן וניקוד: בבוחן חמישה סעיפים, כל סעיף שווה 20 נקודות. יש לענות על כל הסעיפים.
- הקפידו על סדר וניקיון.
- משך הבוחן: 80 דקות.
- חומר עזר: מחשבון.
- נמקו היטב את תשובותיכם!

המלצה: הסתכלו על כל השאלות והתחילו עם השאלות שעליהן אתם יודעים לענות.

חלקו את זמנכם בתבונה!

בהצלחה!

1.

- (א) (20 נק') הוכיחו או הפריכו: לכל חבורה G עם שמונה איברים יש תת-חבורה ציקלית $H \leq G$ כך ש- $|H| = 4$.
- (ב) (20 נק') חשבו: $20^{141} \pmod{29}$. נמקו.

2.

- (א) (20 נק') האם קיים מונומורפיזם (כלומר, הומומורפיזם חח"ע) מהחבורה החיבורית \mathbb{Z}_4 לחבורת הקוטרניונים Q ? נמקו.
- (ב) (20 נק') מצאו הומומורפיזם לא טריוויאלי מהחבורה החיבורית \mathbb{Z}_4 לחבורת התמורות S_3 (כאשר הומומורפיזם $\varphi : G \rightarrow H$ נקרא טריוויאלי אם: $\forall g \in G : \varphi(g) = e_H$, כלומר, כל איברי G נשלחים לאיבר היחידה של H).

3. (20 נק') תהא G חבורה ו $N, K \leq G$ שתי תתי חבורות נורמליות המקיימות $N \cap K = \{e\}$. הוכיחו כי

$$\forall x \in N, y \in K : xy = yx$$

[הדרכה: התבוננו ב $x^{-1}y^{-1}xy$].