

## מבחן מועד ב' בקורס 83114

### חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

ממצה: ד"ר רוני ביתן, משך הבחינה: שעתיים וחצי, חומר עזר מותר: מחשבון פשוט, משקל כל שאלה: 25 נקודות.

ענה על ארבע שאלות מתוך חמש. נמק את צעריך !

#### שאלה 1.

א. היעזר בהגדרת האינטגרל המסוים של רימן לחישוב גבול הסדרה:  $\ln \sqrt[n]{\left(1 + \frac{1}{n}\right) \cdot \left(1 + \frac{2}{n}\right) \cdots \left(1 + \frac{n}{n}\right)}$

ב. חשב את סכום הטור:  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2}{2^n}$ .

#### שאלה 2.

א. קבע עבור אילו ערכי  $\alpha$  הטור  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sin(1/n)}{\ln^\alpha n}$  מתכנס וביאזה אופן (בתנאי / בהחלט) ?

ב. קבע היכן הטור  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n} (x-1)^n$  מתכנס במידה שווה. נמק!

שאלה 3. תהא הפונקציה:  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 + x^2 y}{x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$

א. בדוק היכן דיפרנציאבילית.

ב. חשב את הנגזרת המכוונת של  $f$  בכיוון הווקטור (המנורמל)  $h = (h_1, h_2)$  בנקודה  $(1, 0)$ .

שאלה 4. היעזר במשפט גאוס כדי לחשב את שטף השדה  $A = (\sin z + x^3 - x, y^3 - e^{xz}, z - y)$

דרך המשטח  $S$  שהוא שפת הגוף:  $V = \{4 + x^2 + y^2 \leq z \leq 8\}$ .

שאלה 5. יהא  $S$  משולש ב- $\mathbb{R}^3$  שקודקודיו הם:  $(2, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 3)$  ונסמן את שפתו ב- $L$ .

אשר את משפט סטוקס על  $L$  בנוכחות השדה הווקטורי:  $A = (y, z, x)$ .

**בהצלחה !**