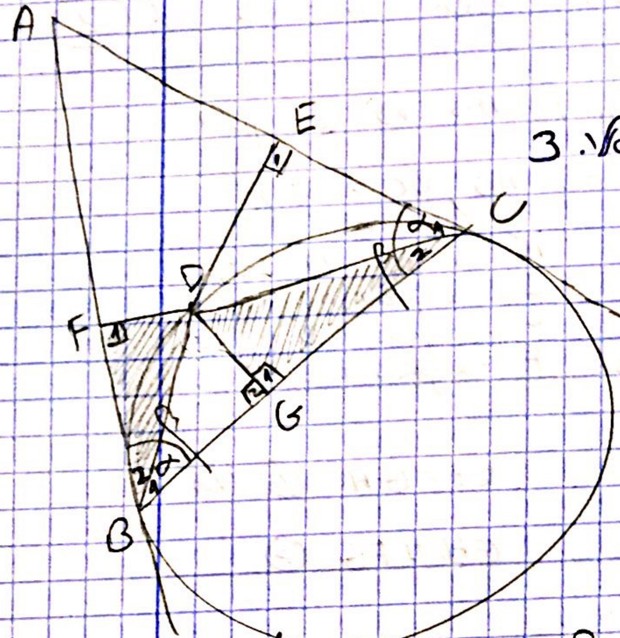
תרגיל מס' 1 - 2.8.16

① עמ' 43 - חוברת תשע"ה 035005 - שאלה 3



נתון: AC משיק ב- C
AB משיק ב- B

$DE \perp AC,\ DF \perp AB,\ DG \perp BC$

צ"ל: (א) $\Delta DFB \sim \Delta DGC$

(ב) $DF \cdot DE = DG^2$

הוכחה: (א) $AB = AC$ שני משיקים היוצאים מנקודה שמחוץ למעגל שווים זה לזה.

⇓

$\sphericalangle B = \sphericalangle C = \beta$ זוויות הבסיס במשולש שווה שוקיים (ΔABC)

$\sphericalangle C_1 = \sphericalangle B_1 = \alpha$ זווית בין משיק למיתר.

⇓

$\sphericalangle C_2 = \sphericalangle B_2 = \beta - \alpha$ (ז) חיסור זוויות שוות

$\sphericalangle G_1 = \sphericalangle F_1 = 90^\circ$ (ז) נתון $DF \perp AB,\ DG \perp BC$

⇓

$\Delta FDB \sim \Delta GDC$ ז.ז.

⇓

(ב) $\frac{FD}{GD} = \frac{FB}{GC} = \frac{DB}{DC}$ (1) יחס הדמיון

במשולשים $\Delta DEC,\ \Delta DGB$

$\sphericalangle C_1 = \sphericalangle B_1 = \alpha$ (ז) הוכחנו

$\sphericalangle E_1 = \sphericalangle G_2 = 90^\circ$ (ז) נתון $DE \perp AC,\ DG \perp BC$

⇓

$\Delta DEC \sim \Delta DGB$ ז.ז.

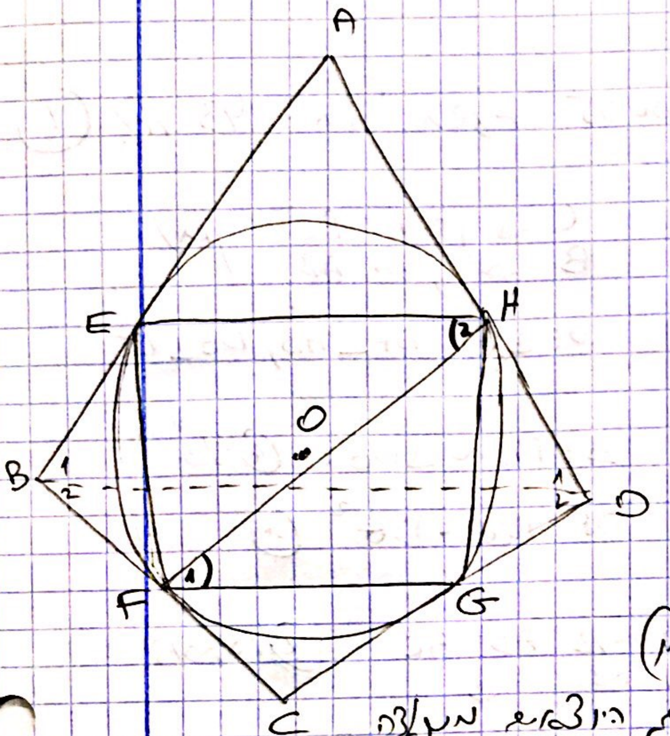
⇓

$\frac{DG}{DE} = \frac{DB}{DC} = \frac{GB}{EC}$ (2) יחס הדמיון

מ-(1) ו-(2) ⇐ $\frac{FD}{GD} = \frac{DG}{DE}$ כלל המעבר

$DG^2 = FD \cdot DE$ כפל בהצלבה. מש"ל

② עמ' 43 - חורף תשע"ג 035005 - שאלה 4



נתון: ABCD דלתון

$(AB=AD, \ BC=CD)$

H משיק ב- AD

E משיק ב- AB

G משיק ב- CD

F משיק ב- BC

צ"ל: ① $EF=GH$

② $EH \parallel FG$

הוכחה: ① $AB=AD$ נתון (דלתון)

$AE=AH$ שני משיקים היוצאים מנקודה שמחוץ למעגל, שווים זה לזה

⇓

(3) $EB=HD$ חיסור קטעים שווים.

$BC=CD$ נתון (דלתון)

$CF=CG$ שני משיקים היוצאים מנקודה שמחוץ למעגל, שווים זה לזה.

⇓

(3) $BF=GD$ חיסור קטעים שווים.

$\angle B_1=\angle D_1$ זוויות בסיס במשולש שווה שוקיים ($\triangle ABD$)

$\angle B_2=\angle D_2$ זוויות בסיס במשולש שווה שוקיים ($\triangle BCD$)

⇓

(5) $\angle B=\angle D$ חיבור זוויות שוות

⇓

$\triangle EBF \cong \triangle HDG$ צ.ז.צ.

⇓

$EF=HG$ צלעות מתאימות במשולשים חופפים שוות

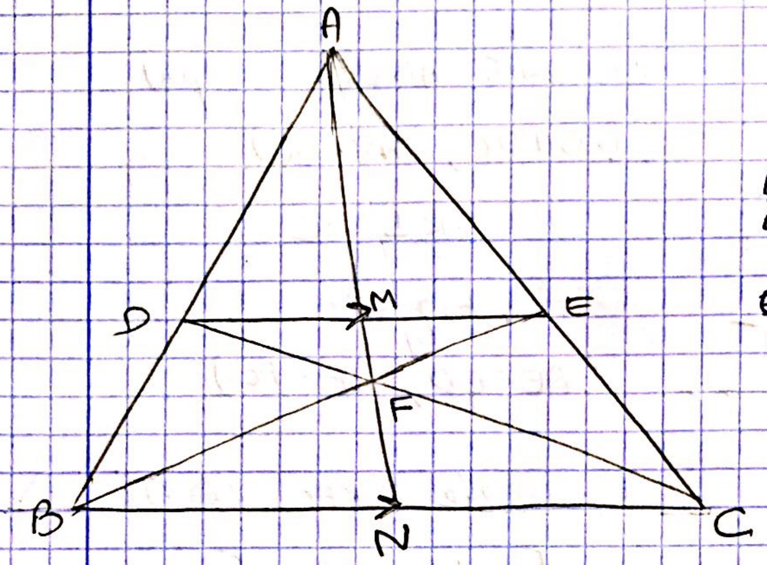
② (בנה FH)

⇓

$\angle F_1=\angle H_2$ על מיתרים שווים במעגל נשענות זוויות היקפיות שוות.

⇓

$EH \parallel FG$ אם בין שני ישרים וישר שלישי שחותך אותם נוצרות זוויות מתחלפות שוות אז הישרים מקבילים.



נתון: $DE \parallel BC$

צ"ל: (א) $\frac{DM}{BN} = \frac{EM}{CN}$

(ב) $\frac{EM}{BN} = \frac{DM}{CN}$

(ג) $BN = CN$
$DM = EM$

הוכחה: (א) נתון $DE \parallel BC$

$\Downarrow$

הרחבה א' למשפט תלס.
$$\frac{DM}{BN} = \frac{AM}{AN}$$
$$\frac{ME}{NC} = \frac{AM}{AN}$$

$\Downarrow$

$\frac{DM}{BN} = \frac{ME}{NC}$ (1) כלל המעבר.

(ב) נתון $DE \parallel BC$

$\Downarrow$

הרחבה ב' למשפט תלס
$$\frac{DM}{NC} = \frac{MF}{FN}$$
$$\frac{ME}{BN} = \frac{MF}{FN}$$

$\Downarrow$

$\frac{DM}{NC} = \frac{ME}{BN}$ (2) כלל המעבר.

(ג) $DM \cdot NC = ME \cdot BN$ כפל בהצלבה (1)

$DM \cdot BN = ME \cdot NC$ כפל בהצלבה (2)

$\Downarrow$

$\frac{NC}{BN} = \frac{BN}{NC}$ אלגברה

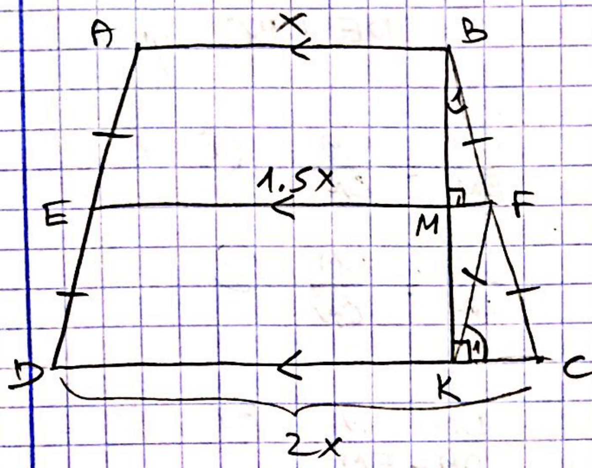
ובעצם: $BN = NC$ אלגברה (3).

מ (2) ו (3)

$\Downarrow$

$DM = ME$ אלגברה

4 עמ' 44 - תרגיל 9 תשע"ה (מועד מיוחד 3) 35005 - שאלה 3



נתון: $ABCD$ טרפז שו"ש

$(AB \parallel DC,\ AD=BC)$

$BK \perp DC$

EF ק.א.

$(AE=ED,\ BF=FC)$

צ"ל: א) ΔKFC שו"ש

ב) $EFKD$ מקבילית

ג) נתון: $DC=2AB$

צ"ל: $\frac{S_{ABFE}}{S_{EFCD}}=?$

הוכחה: א) $\measuredangle BKF=90^\circ$ נתון $BK \perp DC$

$BF=FC$ נתון EF ק.א. בטרפז

⇓

$KF=BF=FC$ התיכון ליתר במשולש ישר זווית שווה למחצית היתר.

ב) $FK=FC$ הוכחנו בא'

⇓

$\measuredangle K_1=\measuredangle C$ זוויות בסיס במשולש שו"ש שוות (ΔFKC)

$\measuredangle D=\measuredangle C$ זוויות בסיס בטרפז שו"ש שוות (נתון $ABCD$ טרפז שו"ש)

⇓

$\measuredangle K_1=\measuredangle D$ כלל המעבר.

⇓

$ED \parallel FK$ אם בין שני ישרים וישר שלישי שחותך אותם קיים זוג זוויות מתאימות שוות אזי הישרים מקבילים.

$EF \parallel DK$ $(EF \parallel DC)$ ק.א. בטרפז מקביל לבסיסים (חלקים של ישרים מקבילים גם מקבילים)

⇓

$EFKD$ מקבילית. מרובע שבו 2 זוגות צלעות נגדיות מקבילות הוא מקבילית.

(ד)

$BF = FC$ נתון $\Leftarrow$ EF ק.א. בטרפז

$MF \parallel KC$ ק.א. בטרפז מקביל לבסיסים ($EF \parallel DC$). והאלכסונים מישרים מקבילים, גם מקבילים.

$\Downarrow$

$BM = MK = h$ קטע שיוצא מאמצע צלע אחת המשולש ומקביל לצלע השלישית, חוצה את הצלע השנייה (ΔBKC) + סימון

$\measuredangle M_1 = \measuredangle BKC$ זוויות מתאימות בין ישרים מקבילים שוות ($EF \parallel DC$, הוכחנו)

נסמן $AB = x$, $DC = 2x$ (לפי הנתון $DC = 2AB$)

$\Downarrow$

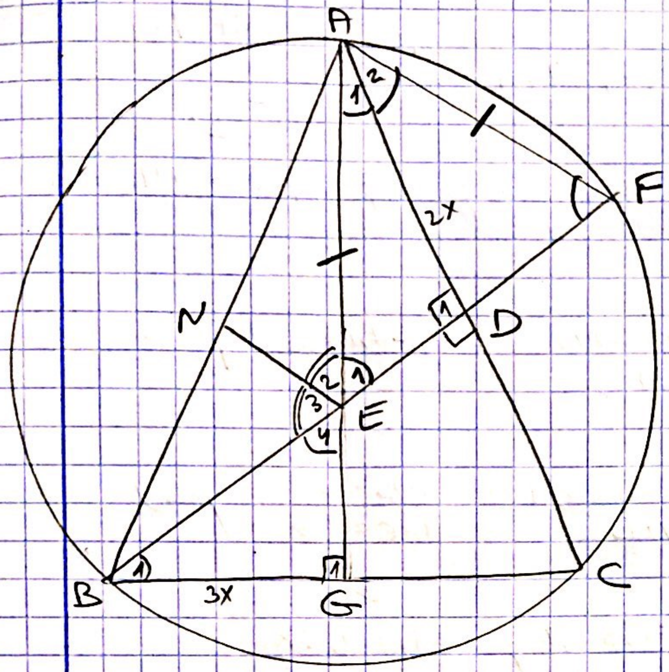
$EF = 1.5x$ ק.א. בטרפז שווה למחצית סכום הבסיסים

$\Downarrow$

$$\frac{S_{ABFE}}{S_{EFCD}} = \frac{\frac{(x + 1.5x)\cdot \cancel{h}}{\cancel{2}}}{\frac{(1.5x + 2x)\cdot \cancel{h}}{\cancel{2}}} = \frac{2.5\cancel{x}}{3.5\cancel{x}} = \frac{5}{7}$$

//.

(5) עמ' 44 - חורף תשע"ג (מועד מיוחד 3) 035005 - שאלה 4



נתון: ΔABC חד-זווית

$BD \perp AC$

$AE = AF$

צ"ל: (א) (1) $\angle A_1 = \angle B_1$

(2) $AG \perp BC$

(ב) נתון: $\frac{BG}{AD} = \frac{3}{2}$

$\angle E_2 = \angle E_3$

צ"ל: $\frac{BN}{NA} = ?$

הוכחה: (א) (1) $\angle D_1 = 90°$ נתון $BD \perp AC$

נתון $AE = AF$

$\Downarrow$

$\angle A_1 = \angle A_2$ במשולש שווה שוקיים הגובה לבסיס הוא גם חוצה זווית הראש.

$\angle A_2 = \angle B_1$ זוויות היקפיות במעגל שנשענות על אותה קשת שוות זו לזו (FC)

$\Downarrow$

$\angle A_1 = \angle B_1$ כלל המעבר.

(2) $\angle E_1 = \angle E_4$ זוויות קודקודיות שוות זו לזו.

$\Downarrow$

$\angle D_1 = \angle G_1 = 90°$ השלמה ל-$180°$. סכום הזוויות במשולש 180 + כלל המעבר.

לכן: $AG \perp BC$

(ב) הוכחנו: $\angle A_1 = \angle B_1$

$\angle E_1 = \angle E_4$

$\Downarrow$

$\Delta AED \sim \Delta BEG$ ז.ז.

$\frac{BE}{AE} = \frac{BG}{AD} = \frac{3}{2}$ יחס הדמיון + נתון

$\angle E_2 = \angle E_3$ נתון

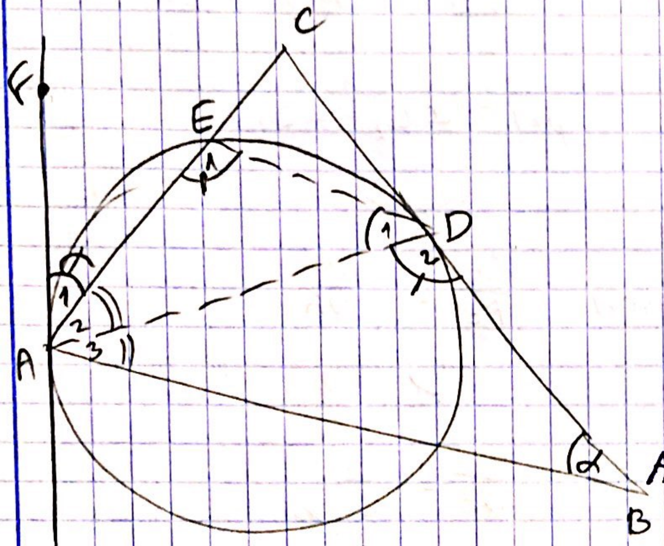
$\Downarrow$

$\frac{BE}{AE} = \frac{BN}{NA}$ משפט חוצה זווית במשולש $(\triangle AEB)$

$\Downarrow$

$\frac{BN}{NA} = \frac{3}{2}$ //

(6) עמ' 44 - קול תשע"ח 035005 - שאלה 3



נתון: BC משיק ב- D
AF משיק ב- A

$\angle A_1 = \angle B = \alpha$

צ"ל: (א) $\angle D_1 = \angle B$

(ב) $\angle A_2 = \angle A_3$

(ג) $AD^2 = AE \cdot AB$

הוכחה: (א) $\angle A_1 = \angle D_1$ זווית בין משיק למיתר (נתון AF משיק ב- A)

$\angle A_1 = \angle B$ נתון

⇓

(1) $\angle B = \angle D_1$ כלל המעבר.

(ב) $\angle E_1 = \angle D_2$ זווית בין משיק למיתר (נתון BC משיק ב- D)

⇓

(2) $\angle A_2 = \angle A_3$ השלמה ל- 180. סכום הזוויות במשולש 180

(ג)

⇓

$\triangle AED \sim \triangle ADB$ ז.ז.

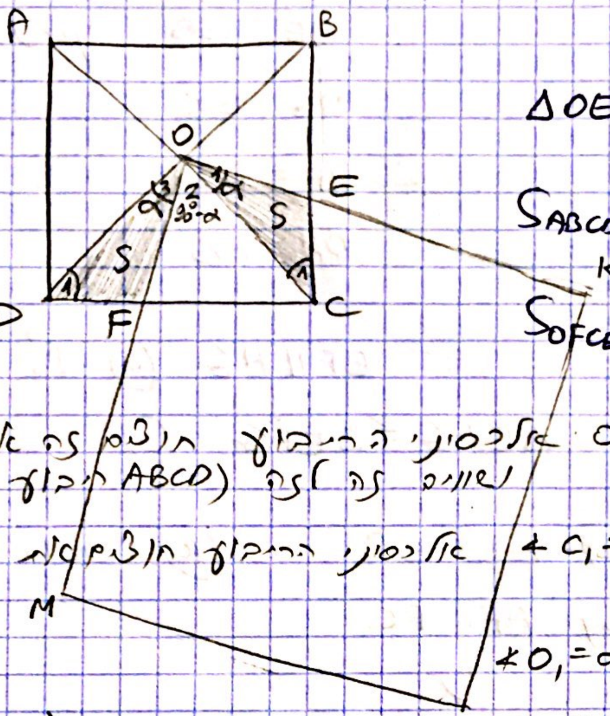
⇓

$\frac{AE}{AD} = \frac{AD}{AB}$ מהדמיון

⇓

$AE \cdot AB = AD^2$ כפל בהצלבה.

(ד) עמ׳ 45- קיץ תשע״ג 035005 - שאלה 4



נתון: ABCD ריבוע

צ״ל: (א) $\triangle OEC \cong \triangle OFD$

(ב) נתון: $S_{ABCD} = 100\ cm^2$

צ״ל: $S_{OFCE} = ?$

הוכחה: (א) $OD = OC$ (3) אלכסוני הריבוע חוצים זה את זה ושווים זה לזה (ABCD ריבוע, נתון)

$\angle C_1 = \angle D_1 = 45°$ (ז) אלכסוני הריבוע חוצים את זוויותיו הישרות

נסמן: $\angle O_1 = \alpha$

$\angle KOM = 90°$ זוויות הריבוע ישרות (הריבוע הגדול)

⇓

$\angle O_2 = 90° - \alpha$ חיסור זוויות

$\angle COD = 90°$ אלכסוני הריבוע מאונכים זה לזה (הריבוע ABCD)

⇓

$\angle O_3 = \alpha$ חיסור זוויות

⇓

$\angle O_1 = \angle O_3 = \alpha$ (ז) על המעבר.

⇓

$\triangle DOF \cong \triangle COE$ ז.צ.ז.

(ב) נתון $S_{ABCD} = 100\ cm^2$

⇓

$S_{\triangle DOC} = 25\ cm^2$ אלכסוני הריבוע מחלקים אותו ל-4 משולשים שווי שטח (כי הם חופפים)

נסמן: $S_{\triangle DOF} = S_{\triangle COE} = S$ שטחים של משולשים חופפים שווים זה לזה.

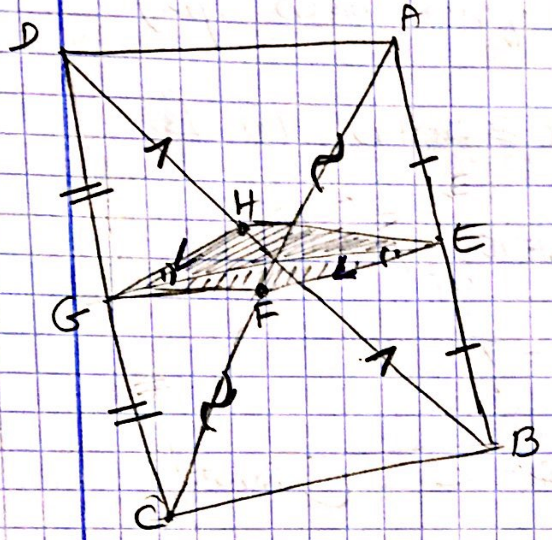
⇓

$S_{\triangle OFC} = 25 - S$ חיסור שטחים.

⇓

$S_{OFCE} = 25 - \cancel{S} + \cancel{S}$ ... חיבור שטחים ($S_{\triangle OFC} + S_{\triangle OEC}$)

(8) עמ' 45 - קיץ תשע"ה 035804 - שאלה 4



נתון: $AE=EB$

$DG=GC$

$AF=FC$

$DH=HB$

צ"ב: (א) $EF \parallel HG$

(ב) $\triangle EHG \cong \triangle EFG$

הוכחה: (א)

$AE=EB$ נתון

$AF=FC$ נתון

⇓

FE ק.א. ב- $\triangle ABC$

קטע ב-$\triangle$ שמחבר אמצעי שתי צלעות הוא ק.א.

⇓

(1) $EF \parallel BC$ ק.א. ב-$\triangle$ מקביל לצלע השלישית.

$DG=GC$ נתון

$DH=HB$ נתון

⇓

GH ק.א. ב-$\triangle DCB$

קטע ב-$\triangle$ שמחבר אמצעי שתי צלעות הוא ק.א.

⇓

(2) $GH \parallel BC$ ק.א. ב-$\triangle$ מקביל לצלע השלישית

מ(1) ו(2)

⇓

$GH \parallel EF$ כלל המעבר.

⇓

(ב)

(3) $\angle G_1 = \angle E_1$ זוויות מתחלפות בין ישרים מקבילים וישר שחותך אותם שוות.

ק.א. ב- Δ שווה למחצית הצלע השלישית

$\Delta ABC \rightarrow EF = \frac{1}{2} BC$

$\Delta DCB \rightarrow GH = \frac{1}{2} BC$

$\Downarrow$

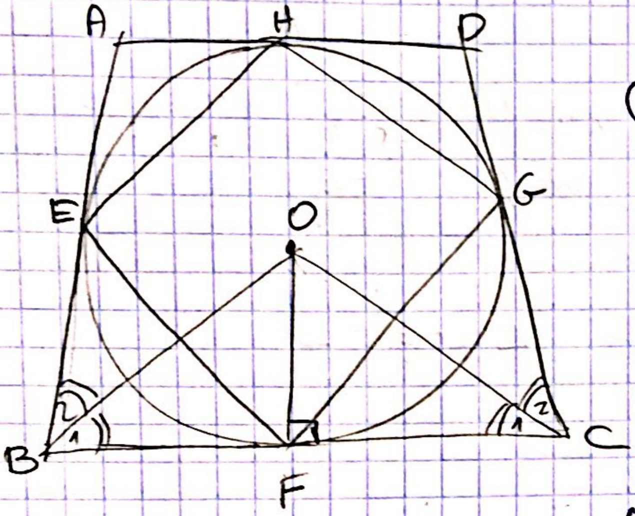
(3) $EF = GH$ כלל המעבר.

(3) $GE = GE$ צלע משותפת

$\Downarrow$

$\Delta GHE \cong \Delta EFG$ צ.צ.צ.

9 עמ' 45 - קיץ תשע"ט - 035804 - שאלה 5



נתון: ABCD טרפז שו"ש
($AD \parallel BC$, $AB = DC$)

AD משיק ב- H
DC משיק ב- G
BC משיק ב- F
AB משיק ב- E

צ"ל: (א) $\Delta BOF \cong \Delta COF$

(ב) EHGF מלבן

הוכחה: (א) ABCD טרפז שו"ש, נתון

⇓

$\measuredangle B = \measuredangle C$ זוויות הבסיס בטרפז שו"ש שוות זו לזו.

$\measuredangle B_1 = \measuredangle B_2$
$\measuredangle C_1 = \measuredangle C_2$
הקטע שמחבר את הנקודה ממנה יוצאים שני משיקים למעגל, עם מרכז המעגל, חוצה את הזווית שבין המשיקים.

⇓

(ז) $\measuredangle B_1 = \measuredangle C_1$ אם השלמים שווים אז גם החצאים שווים.

⇓

(צ) $OB = OC$ במשולש מול זוויות שוות מונחות צלעות שוות (ΔOBC)

$OF \perp BC$ רדיוס מאונך למשיק בנקודת ההשקה

⇓

(צ) $BF = FC$ במשולש שו"ש הגובה לבסיס הוא גם תיכון לבסיס.

⇓

$\Delta BOF \cong \Delta COF$ לפי צ.ז.צ.

(ב) הוכחנו: $BF = FC$ (צ)

$BE = BF$
$FC = GC$
שני משיקים למעגל היוצאים מנקודה שמחוץ למעגל, שווים זה לזה

⇓

(3) $EB = GC$ [illegible] המעוין.

(5) $\sphericalangle B = \sphericalangle C$ הוכחנו

$\Downarrow$

$\triangle EBF \cong \triangle GCF$ לפי צ.ז.צ

$\Downarrow$

(1) $EF = FG$ צלעות מתאימות במשולשים חופפים שוות.

באותו אופן נוכיח $\triangle AEF \cong \triangle DGH$ לפי צ.ז.צ

$\Downarrow$

(2) $EH = HG$ צלעות מתאימות במשולשים חופפים שוות.

מ(1) ו(2)

$\Downarrow$

$HEFG$ דלתון, מרובע שבו שני זוגות של צלעות סמוכות שוות הוא דלתון
(שני משולשים שווי שוקיים בעלי בסיס משותף).