

תרגיל 6

1.

(א) יהיו $B = \{(1, 0, 1), (1, 2, 3), (0, 4, 0)\}$ ו- $C = \{(1, 1, 1), (0, 1, 1), (0, 0, 2)\}$ שני בסיסים ל- \mathbb{R}^3 . מצאו את $[T]_C^S, [T]_S^B$ כאשר $S = \{e_1, e_2, e_3\}$ הבסיס הסטנדרטי וחשב את $[T]_C^B$.

(ב) יהי וקטור v כך ש $[v]_B = (4, 5, 6)$, מצאו את $[v]_C$.

2. יהי $B = \{(0, 1, 1), (1, 0, 1), (1, 1, 0)\}$ בסיס ל- \mathbb{R}^3 , ותהי מטריצה $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

(א) נתון ש $A = [T]_B^C$ עבור איזשהו בסיס C . מצאו את C .

(ב) נתון ש $A = [T]_E^B$ עבור איזשהו בסיס E . מצאו את E .

3. תהא $T : \mathbb{R}_2[x] \rightarrow \mathbb{R}^2$ ה"ל המוגדרת

$$\forall p(x) \in \mathbb{R}_2[x] : T(p(x)) = (p(1), p'(1))$$

כאשר $p(1)$ זה הצבה של 1 בפולינום. ו $p'(1)$ זה הצבה של 1 בנגזרת של הפולינום.

(א) מצא מטריצה מייצגת $[T]_S^E$ כאשר S הבסיס הסטנדרטי ו $E = \{1, x, 1 + x^2\}$.

(ב) חשב את $\ker T, \text{Im} T$

4. תהא $T : V \rightarrow V$ ה"ל. יהא $B = \{v_1, v_2, v_3\}$ בסיס ל V ונתון כי $[T]_B^B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \\ & 1 & \\ & & 2 \end{pmatrix}$.

(א) יהא C בסיס אחר ל V . חשב את הדטרמיננטה של $[T]_C^C$. האם T הפיכה?

(ב) יהא n טבעי חשב $[T^n]_B^B$

(ג) נסמן $B' = \{v'_1, v'_2, v'_3\}$ כאשר $v'_1 = v_2, v'_2 = v_1, v'_3 = v_3$ חשב $[T]_{B'}^{B'}$ ומצא מטריצה P הפיכה כך ש

$$[T]_{B'}^{B'} = P [T]_B^B P^{-1}$$

בהצלחה!