

תרגיל 6

שאלה 1 (מבחן תשע"ב מועד ב)

תהיי

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix} \in (\mathbb{Z}_3)^{3 \times 3}$$

- א. מצא את הפולינום האופייני של המטריצה A , והראה שהוא מתפרק לגורמים ליניאריים מעל \mathbb{Z}_3 .
ב. מצא את צורת ג'ורדן של A .
ג. מצא מטריצה הפיכה $P \in (\mathbb{Z}_3)^{3 \times 3}$ כך שהמטריצה $J = P^{-1}AP$ היא בצורת ג'ורדן.

שאלה 2 (מבחן תשע"א מועד ב)

תהיי

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

- א. האם יש מטריצה הפיכה $P \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ כך ש $P^{-1}AP$ בצורת ג'ורדן?
ב. מצא מטריצה הפיכה $P \in \mathbb{C}^{4 \times 4}$ כך ש $P^{-1}AP$ בצורת ג'ורדן.

שאלה 3 (מבחן תשס"ב מועד א)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

מצא את צורת ג'ורדן של המטריצה

שאלה 4 (מבחן תשס"ב מועד ב)

- תהיי $A \in \mathbb{C}^{8 \times 8}$ מטריצה שהפולינום האופייני שלה הוא $(t-1)^4(t-2)^4$, והפולינום המינימאלי שלה הוא $(t-1)^2(t-2)$. נתון שהריבוי הגיאומטרי של הערך העצמי 1 של A הוא 2.
מצא את צורת ג'ורדן של A .

שאלה 5

הוכח את משפט ג'ורדן עבור מטריצות ממשפט ג'ורדן עבור אופרטורים ליניאריים.