

חלוקה הוגנת של S דיסקרטי

במידה ואין side-payments, נוכל לעשות fair division רק תחת הנחות מאוד מחמירות.

The Method of Markers

שיטה שהוצאה ע"י Lucas בשנת 1975:

- אין כסף חיצוני
 - יעילה רק כאשר יש הרבה יותר פריטים מאשר שחקנים
 - וכאשר הפריטים קרובים יחסית אחד לשני בערך
- השיטה:
- מסדרים את כל הפריטים במערך בסדר אקראי
 - כל אחד מהשחקנים מבצע bidding בצורה עצמאית (ובמקביל לאחרים) על הפריטים
 - כל bid מורכב מחלוקה של המערך לסגמנטים **רציפים** כמספר השחקנים, כאשר כל סגמנט הוא fair share. השחקנים שמים מרקרים כדי לסמן את הסגמנטים שלהם.
- כעת, נרצה לחלק את הסגמנטים לשחקנים. ניתן את הסגמנט הראשון הקטן ביותר לשחקן שבחר בו, ואז ניתן אותו לשחקן שסימן אותו. משם נמשיך עד שנמצא עוד סגמנט, וניתן גם אותו - וכן הלאה. לאחר שכל שחקן קיבל סגמנט, אנחנו יכולים להישאר עם עוד פריטים - שאותם ניתן לחלק בכל דרך שנרצה שכן כולם כבר קיבלו fair share.

The Mathematics of Apportionment

Apportionment - הקצאה. בעיית apportionment קורות בכל פעם שמנסים לחלק משהו שאי אפשר לחלק אותו עם שברים. החלוקה נעשית על בסיס פרופורציוני - למשל אחרי שמקבלים את כמות הקולות וצריך לפי זה להקצות מושבים בפרלמנט. טרמינולוגיה:

- states - השחקנים המעורבים
 - seats - סט האובייקטים שיש לחלק בין states
 - population - סט של מספרים חיוביים שישמשו בסיס לחלוקה
- לכאורה החלוקה פשוטה - מחשבים את standard divisor $SD = \frac{\text{populations}}{\text{seats}}$ - מספר הקולות שצריך לקבל seat. כעת צריך לחלק את מספר הקולות ב SD כדי לדעת כמה מושבים לתת לכל מדינה. זהו quota - מספר המושבים שמגיע לכל state לפי SD . הבעיה - יש שאריות! quota בד"כ אינו מספר שלם! יש לנו lower quota (עיגול כלפי מטה) וupper quota (עיגול כלפי מעלה)

Hamilton's Method and the Quota Rule

שיטת Hamilton's:

1. חשב לכל state את standard quota
2. הקצה לכל state את lower quota
3. העודף יחולק למדינות עם השבר הגדול ביותר

The Quota Rule

נרצה לחלק לכל state לא יותר מה- $upper\ quota$ שלו ולא פחות מה- $lower\ quota$ שלו. אם מקצים פחות מדי זה $upper\ quota\ violation$ ואם מקצים יותר זה $lower\ quota\ violation$.

פרדוקסים בשיטת Hamilton

- פרדוקס אלבמה - בשיטת Hamilton יש בעיה - כאשר מגדילים את מספר המושבים יכול להיות שמישהו יקבל פחות מושבים מאשר מה שהוא קיבל קודם!
- the population paradox - מדינה A מפסידה מושב למדינה B למרות שהיא גדלה בקצב יותר גבוה.
- the new states paradox - מוסיפים מדינה חדשה, ומוסיפים מושבים המתאימים לגודל שלה (לפי ה- SD) - אבל זה משנה את החלוקה במושבים של המדינות הקיימות.

שיטת Jefferson

- נמצא D divisor שמייצר חלוקה של בדיוק M מושבים כאשר מפעילים עיגול כלפי מטה.¹
 - כל מדינה מקבלת את ה- $lower\ quota$ שלה.
- בעיה:** שיטת Jefferson עלולה להוביל ל- $upper\ quota\ violation$, שממנה יהנו המדינות היותר גדולות.

שיטת Adam

אותו דבר כמו שיטת Jefferson, רק שמעגלים כלפי מעלה.

בעיה: שיטת Adam עלולה להוביל ל- $lower\ quota\ violation$.

שיטת Webster

אותו דבר - אבל עם עיגול חשבונאי: מעגלים למעלה או למטה לפי מה שיותר קרוב.

Balinski and Young's impossibility theorem

לא יכולה להיות שיטת apportionment שלא מפירה את ה- $quota\ rule$ ושלא יוצרת פרדוקסים

¹בשונה משיטת Hamilton, שבה אחרי עיגול כלפי מטה קיבלנו פחות מ- M מושבים.

תורת התועלת - Utility Theory

אנחנו כאנשים בדרך כלל לא עובדים עם EMV². מי שמקבל את ההחלטה באופן קבוע (למשל סוחרים) עובדים עם EMV, שכן בסופו של דבר הם יקבלו את התוחלת, אבל מי שמקבל החלטה חד פעמית בד"כ עובד עם תורת התועלת.

למשל - אם במשחק של הגרלות חוזרות ונשנות הסיכוי להכפיל את הכסף גדול מ-0.5, התוחלת אם נהמר על כל הכסף בכל פעם אינסופית - ובכל זאת לא נרצה לעשות את זה, כי אם נפסיד פעם אחת המשחק נגמר. לא תמיד אפשר להשתמש ב-payoff כספי:

- לא כל דבר נמדד בכסף
- התועלת שלנו לא תמיד תואמת לתוחלת ה-payoff

המסקנה של ברנולי

בני אדם מעריכים כסף ביחס לתועלת שהם יכולים להפיק ממנו, ולא רק לפי הכמות שלו. ולכן עלינו לפעול לא לפי expected reward, אלא על פי expected moral (שבקרוב נקרא לו expected utility)

התועלת לפי ברנולי

כל רווח מביע תועלת ביחס הפוך לעושר הכולל של האינדיבידואל. אם נסמן:

z	העושר הנוכחי
Δ	התוספת לעושר
u	התועלת מתוספת Δ לעושר

אז:

$$u(z + \Delta) - u(z) = c \frac{\Delta}{z}$$

כאשר c הוא קבוע חיובי

מהי תועלת?

- מדד נומרי ל"מידת השגת המטרה"
- מדד נומרי ל"טוב"

במידה וסוכן S בוחר באלטרנטיבה A על פני אלטרנטיבה B , אזי ל- S יש יותר תועלת מ- A מאשר מ- B . האם ניתן לייצג את התועלת באמצעות מספר? כנראה שלא, אבל בכך זאת נעשה את זה.

סוגים שונים של תועלת

- Experienced utility - לדוגמה, כאב בזמן טיפול
- Remembered utility - לדוגמה, הכאב שאנחנו זוכרים לאחר הטיפול
- Predicted utility - לדוגמה, כמה נחשוב שיהיה לנו כואב בטיפול
- Decision utility - איך אנחנו משקלים את התועלת במהלך קבלת ההחלטות

קבלת החלטות בסביבה דינמית משתנה
89-514-01

מקליד: עידן אריה
מרצה: פרופ' דוד סרנה
תאריך: 2015-11-29

מטריצת התועלת

כמו מטריצת EMV, אבל נשתמש בתועלת במקום בערכים כספיים, ונפעיל את הנוסחה של ברנולי. בניגוד לערכים כספיים, לתועלת אין יחידת מידה (יחידה המידה היא "תועלת").