

\*יש לנמק היטב את התשובות לכל השאלות

\*שימו לב, פיתרון שאלה אחת נוספת בחלק השני נחשב כבונוס.

חלק ראשון: ציטוט הגדרות ומשפטים: (25 נק')

1. צטט/י את הגדרת הגבול של סדרה
2. צטט/י את שלילת הגבול של סדרה

בחר 3 מבין 6 הסעיפים הבאים:

3. צטט/י את ההגדרה של סדרת קושי
4. צטט/י את ההגדרות של תת-סדרה וגבול חלקי
5. צטט/י את ההגדרות של טור מתכנס, מתכנס בהחלט ומתכנס בתנאי
6. צטט/י את משפט לייבניץ
7. צטט/י את משפט בולצאנו-ויירשטראס לסדרות
8. צטט/י את מבחן דלאמבר להתכנסות טורים (מבחן המנה)

חלק שני: תרגילים

בחרי 2 מבין 3 השאלות הבאות:

9. (20 נק') יהיו  $A, B \subseteq \mathbb{R}$  קבוצות לא ריקות כך שלכל  $a \in A$  ולכל  $b \in B$  מתקיים  $a \leq b$ . הוכחי ש  $\sup A \leq \inf B$

10. תהי  $\{a_n\}$  סדרה כך  $\forall n: a_n \neq 0$ , המקיימת  $\forall n: \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| > 1$

א. (5 נק') הוכח או הפרך:  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| > 1$

ב. (15 נק') הוכח או הפרך: הטור  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  מתבדר (רמז: אל תשתמש/י בסעיף א')

11. (20 נק') הוכח:  $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$  מתכנס אם"ם הטור  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n$  מתכנס לכל סדרה חסומה  $b_n$

חלק שלישי: גבולות של סדרות והתכנסות טורים:

12. (18 נק') מצא/י את גבולות הסדרות הבאות:

א.  $a_n = \frac{3^{\frac{n}{2}}}{2^{n-3}}$  ב.  $a_n = \frac{\sin(n!) - \cos(n^n)}{n}$  ג.  $a_{n+1} = \frac{|a_n|}{2} + 1$ , נתון ש  $a_n$  מתכנסת

13. (18 נק') קבע/י לגבי 3 מתוך 4 הטורים הבאים הם מתכנסים בהחלט, בתנאי או מתבדרים:

א.  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n e^{-n}$  ב.  $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \ln n}$  ג.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(\arctan(\ln(n^n)))}{n\sqrt{n}}$  ד.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\cos\left(\frac{1}{n}\right)}$