

1. תהינה $A, B \subseteq \mathbb{R}^n$ שתי קבוצות קשירות. הוכח או הפרך את הטענות הבאות:

(א) $A \cup B$ קשירה.

(ב) $A \cap B$ קשירה.

(ג) $A \setminus B$ קשירה.

הערה: מותר להשתמש בכך המרחב \mathbb{R}^n , כדורים ותאים הם קבוצות קשירות.

2. תהינה $A, B \subseteq \mathbb{R}^n$ שתי קבוצות קומפקטיות, ותהינה $\{A_n\}_{n=1}^{\infty}$ קבוצה של קבוצות קומפקטיות. הוכח או הפרך את הטענות הבאות:

(א) $A \cup B$ קומפקטית.

(ב) $A \cap B$ קומפקטית.

(ג) $A \setminus B$ קומפקטית.

(ד) $\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n$ קומפקטית.

3. אם $A, B \subseteq \mathbb{R}^n$ שתי קבוצות. נגדיר $A + B = \{a + b \mid a \in A, b \in B\}$. תזכורת: ראינו כי אם A קומפקטית ו B סגורה אז $A + B$ היא קבוצה סגורה. הוכח או הפרך את הטענות הבאות:

(א) אם A, B חסומות אז $A + B$ חסומה.

(ב) אם A, B פתוחות אז $A + B$ פתוחה.

(ג) אם A, B סגורות אז $A + B$ סגורה.

(ד) אם A פתוחה ו B סגורה אז $A + B$ פתוחה.

(ה) אם A קומפקטית ו B סגורה אז $A + B$ קומפקטית.

(ו) אם A, B קומפקטיות אז $A + B$ קומפקטית.

4. האם גבול הסדרה הבאה קיים? ואם כן, מהו?

$$\left(\frac{n^3 + 4n + 5}{n^6 + 2n^2 + 3}, \left(1 - \frac{1}{n}\right)^n \right)$$

5. תהי $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$ סדרה חסומה ב \mathbb{R}^n . הוכח או הפרך: אם $y_n = d_2(x_n, 0)$ היא סדרת מספרים עולה ממש אז x_n היא סדרה מתכנסת ב \mathbb{R}^n .
הערה: d_2 היא המטריקה האוקלידית הסטנדרטית.