

תרגיל בית 5

1. תנו דוגמא לסדרה של פונקציות אי-שליליות f_n השואפות לאפס נקודתית כך ש $\lim_{n \rightarrow \infty} \int f_n = 0$ אבל לא קיימת פונקציה אינטגרבילית g לכל n .

2. הפעילו את למת פאטו עבור מידת לבג על הממשיים על הסדרות הבאות:

i. $1_{(n, n+1)}(x)$

ii. $1_{(n, \infty)}(x)$

iii. $n1_{\left(0, \frac{1}{n}\right)}(x)$

iv. $1 + \operatorname{sgn}(\sin(2^n(2\pi x)))$

3. תהי $f_n : X \rightarrow \mathbb{R}$ סדרה של פונקציות אינטגרביליות כך ש $f_n \rightarrow f$ במידה שווה. הראו כי אם $\mu(X) < \infty$ אזי f אינטגרבילית וגם $\int f_n \rightarrow \int f$.