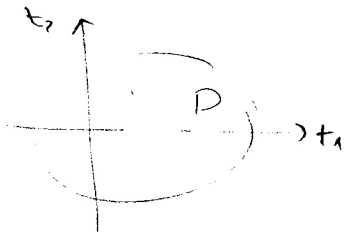


איך מחשבים אינטגרל של פורמל? (אינטגרל של פורמל)

$\mathbb{R}^k \supset \text{פונקציה } D \rightarrow \mathbb{R}^k \supset \text{פונקציה } \omega = g(t_1, \dots, t_k) dt_1 \wedge \dots \wedge dt_k$ משה

$$\int_D \omega = \int_D g dt_1 \wedge \dots \wedge dt_k = \begin{cases} \int_D g dt_1 dt_2 \dots dt_k \\ - \int_D g dt_1 dt_2 \dots dt_k \end{cases}$$

הפונקציה g היא פונקציה
 (t_1, \dots, t_k)
 הפונקציה g היא פונקציה
 (t_1, \dots, t_k)



למשל $\omega = x^2 y dx dy$

על פני $\int_P \omega$

הפונקציה היא פונקציה

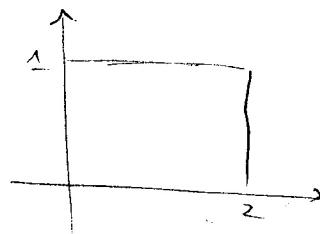
הפונקציה היא פונקציה

$$\left\{ \begin{array}{l} 0 \leq x \leq 2 \\ 0 \leq y \leq 1 \end{array} \right\}$$

הפונקציה היא פונקציה

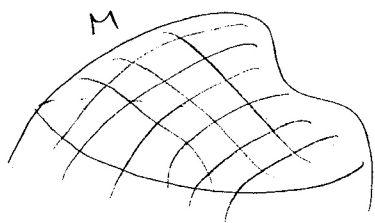
הפונקציה היא פונקציה

$$\int_D \omega = \int_P x^2 y dx dy = \int_0^2 \int_0^1 x^2 y dx dy = \dots$$



הפונקציה היא פונקציה

הפונקציה היא פונקציה



$$\varphi: U \rightarrow M$$

הפונקציה היא פונקציה

$$\int_M \omega$$

הפונקציה היא פונקציה



הפונקציה היא פונקציה

pull-back

הפונקציה היא פונקציה

$$\int_M \omega = \int_U \varphi^* \omega = \int_U \omega_{\varphi(t)} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial t_1}, \dots, \frac{\partial \varphi}{\partial t_k} \right) dt_1 \wedge \dots \wedge dt_k$$

$$= \int_U \omega_{\varphi(t)}(t_1, \dots, t_k) dt_1 \wedge \dots \wedge dt_k$$

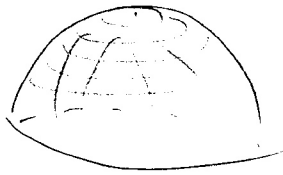
הפונקציה היא פונקציה

$\phi(r, \theta) = (r \cos \theta, r \sin \theta, \sqrt{1-r^2})$ $0 \leq \theta \leq 2\pi$ $0 \leq r \leq 1$

$\omega = z^2 dx \wedge dy$ $\int_S \omega$ $\int_U \phi^* \omega$

* ϕ - נחשבה הנחשבת הנחשבת הנחשבת

(הנחשבת הנחשבת הנחשבת הנחשבת)



$\phi \uparrow$



$\int_S \omega = \int_U \phi^* \omega$ - הנחשבת הנחשבת הנחשבת

$U = \{(r, \theta) \mid 0 \leq r \leq 1, 0 \leq \theta \leq 2\pi\}$ נחשבת

$x = r \cos \theta$
 $y = r \sin \theta$
 $z = \sqrt{1-r^2}$

נחשבת $\phi^* \omega$ נחשבת

$\phi_r = (\cos \theta, \sin \theta, \frac{-r}{\sqrt{1-r^2}})$ $\phi_\theta = (-r \sin \theta, r \cos \theta, 0)$

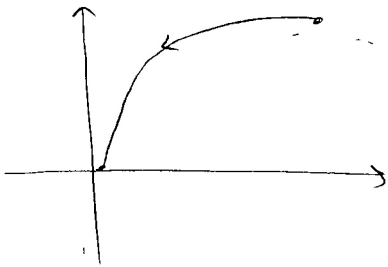
$\phi^* \omega = (\sqrt{1-r^2})^2 (dx \wedge dy) (\phi_r, \phi_\theta) dr d\theta = (1-r^2) \begin{vmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -r \sin \theta & r \cos \theta \end{vmatrix} dr d\theta = (1-r^2) r dr d\theta$

$\int_S \omega = \int_U \phi^* \omega = \int_U (1-r^2) r dr d\theta = \int_0^{2\pi} \int_0^1 (r-r^3) dr d\theta$

נחשבת הנחשבת הנחשבת הנחשבת הנחשבת הנחשבת הנחשבת הנחשבת

$\omega = xy dx - y^4 dy$

$\int_C \omega$ נחשבת



$\gamma(t) = (t^2, t)$ C הנחשבת הנחשבת הנחשבת

$x = t^2$
 $y = t$
 $\gamma' = (2t, 1)$

$\int_C \omega = \int_{\gamma} \gamma^* \omega = \int_{\gamma} \left(\frac{t^2 t dx(2t, 1)}{2t} - \frac{t^4 dy(2t, 1)}{1} \right) dt = \int_0^1 (2t^4 - 1) dt$

$\gamma = (0, 1)$