

## לינארית 2 תרגיל 2

תאריך הגשה: 28.7

1.

3. מצא את המטריצה ההפכית של המטריצות הבאות:

א. 
$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

ב. 
$$\begin{pmatrix} 1/3 & -2/3 & 2/3 \\ 2/3 & -1/3 & -2/3 \\ 2/3 & 2/3 & 1/3 \end{pmatrix}$$

ג. עבור אילו ערכי  $a$  ו- $b$  מטריצה זו הפיכה? מצא את ההפכית עבור ערכים אלו. 
$$\begin{pmatrix} a & b & b \\ a & a & b \\ a & a & a \end{pmatrix}$$

2.

א. תן דוגמא למטריצה שונה מאפס  $A$  כך ש  $AC=AB$  אבל  $B \neq C$ .

ב. נניח ש  $A$  הפיכה, הוכח שאם  $AB=AC$  אז  $C=B$ .

ג. תן דוגמא למטריצות  $A$  ו  $B$  הפיכות כך ש-  $A+B \neq 0$  איננה הפיכה.

ד. הראה באמצעות דוגמא ש  $AB$  אינה חייבת להיות סימטרית, למרות ש  $A$  ו-  $B$  סימטריות.

ה. תהיינה  $A$  ו  $B$  סימטריות. הראה ש  $AB$  סימטרית אם ורק אם  $A$  ו  $B$  מתחלפות (כלומר ש  $BA=AB$ ).

3. יהיו  $A, B \in \mathbb{F}^{n \times n}$  הוכח או הפרך:

•  $tr(A) = tr(A^t)$

•  $tr(A+B) = tr(A) + tr(B)$

•  $tr(AB) = tr(A)tr(B)$

•  $\forall \alpha \in F, tr(\alpha A) = \alpha tr(A)$

•  $tr(A^{-1}) = \frac{1}{tr(A)}$

4. 6. תהא  $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$  המקיימת  $A^2 = -I$  הוכח או הפרך:

א.  $A^3 = A^{-1}$

ב.  $I - A = A^{-1}$

ג.  $A$  לא בהכרח הפיכה

5. יהי  $V$  מרחב וקטורי מעל  $\mathbb{F}$ . תהי  $W \subseteq V$  קבוצה. הוכח כי  $W$  היא תת מרחב של  $V$  אם ורק אם מתקיימים התנאים הבאים:

$$\bullet W \neq \emptyset$$

$$\bullet \text{לכל } u, v \in W \text{ ולכל } \alpha \in \mathbb{F} \text{ מתקיים } u + \alpha v \in W$$

6. יהיו  $U, V, W$  תתי מרחבים של מרחב וקטורי. הוכח או הפרך את הטענות הבאות:

$$(א) U \cap (V + W) = U \cap V + U \cap W$$

$$(ב) U \cap (V + W) \neq U \cap V + U \cap W$$

$$(ג) U \cap (V + W) \subseteq U \cap V + U \cap W$$

$$(ד) U \cap (V + W) \supseteq U \cap V + U \cap W$$

7. יהיו  $U, W, V$  תתי מרחבים של מרחב וקטורי. הוכח או הפרך:

$$(א) U + W = W + U$$

$$(ב) (U + W) + V = U + (W + V)$$

$$(ג) U \oplus V = U \oplus W \Rightarrow V = W$$