08.03.18

88-112 אלגברה לינארית 1 – מועד ב'

מרצה: ארז שיינר

מתרגלת: עדי בן-צבי

אורך המבחן: 3 שעות.

חומר עזר: מחשבון פשוט בלבד.

הוראות:

- יש לענות על **כל** 5 השאלות. סה"כ הניקוד המקסימלי 110 נק' (כל ציון מעל 100 יעוגל ל100).
- יש לענות על **דפי הבחינה** בלבד. ניתן להשתמש במחברת כטיוטה, אך המחברת **לא תיבדק כלל**.

שאלה	ניקוד
1	
2	
3	
4	
5	
סה"כ	

חלק א'

1. (30 נק') יהי V מרחב וקטורי נוצר סופית, תהיינה $T,S:V\to V$ העתקות לינאריות (אופרטורים), נסמן את העתקת הזהות ב $I:V\to V$.

א. הוכיחו/הפריכו: אם לכל $v\in V$ מתקיים $Tv=v+Sv$ אזי T הפיכה.

ב. הוכיחו/הפריכו: אם $T\circ S=S$ וגם S הפיכה, אזי T הפיכה.

ג. הוכיחו/הפריכו: אם $\ker(T)=\mathrm{Im}(S)$ אזי $S\circ T\neq T\circ S$.

ד. נניח $\ker(T)\subseteq\ker(S)$ וגם $\mathrm{Im}(T)\subseteq\mathrm{Im}(S)$, הוכיחו כי $\mathrm{Im}(T)=\mathrm{Im}(S)$.

דף נוסף לשאלה מספר __________

2. (10 נק') תהיינה $A,B\in\mathbb{R}^{m\times n}$ כך ש $N(A)=N(B)$ וכמו כן $AB=B$.

הוכיחו/הפריכו: $C(A)=C(B)$.

דף נוסף לשאלה מספר __________

חלק ב'

3. (27 נק') יהי $B=\{1,1+x,1-x^2\}$ בסיס ל $\mathbb{R}_2[x]$.

תהי העתקה לינארית $T:\mathbb{R}_2[x]\to\mathbb{R}_2[x]$ כך ש $[T]_B^B=\begin{pmatrix} a & 1 & a^2 \\ 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

א. לאילו ערכי a ההעתקה T הפיכה?

ב. עבור $a=1$ מצאו את $\ker(T)$.

ג. עבור $a=-1$ מצאו את $T^{-1}(a+bx+cx^2)$.

דף נוסף לשאלה מספר __________

דף נוסף לשאלה מספר __________

4. (18 נק') תהיינה מטריצות

$$B=\begin{pmatrix} a & 1 & a^2 \\ 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$C=\begin{pmatrix} 2 & a^2+a & a^2 \\ 0 & 0 & 1 \\ a^3+1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

א. עבור $a=-1$ מצאו מטריצה $A\in\mathbb{R}^{3\times3}$ עבורה $AB=C$.

ב. מצאו את <u>כל</u> ערכי a עבורם קיימת מטריצה $A\in\mathbb{R}^{3\times3}$ כך ש $AB=C$.

דף נוסף לשאלה מספר __________

5. (25 נק') תהיינה שתי תתי קבוצות $U,W \subseteq \mathbb{R}^4$

$$U=\{(a+b,b-c,2a+b+c,a+c)\mid a,b,c\in\mathbb{R}\}$$

$$W=\{(a,b,c,d)\in\mathbb{R}^4\mid (a,c,b+d,a+b)=(b+c,a-b,d,a+b-c)\}.$$

א. הוכיחו כי U,W תתי מרחב של $\mathbb{R}^4$.

ב. מצאו בסיס ומימד ל $U,W,U\cap W,U+W$.

דף נוסף לשאלה מספר ________

דף נוסף לשאלה מספר ________